Les feuilles quadrillées

En CP, nous proposons presque exclusivement des problèmes sans texte.
Nous privilégions le contexte des bandes quadrillées pour poser ces problèmes.

En CE1, L'aisance en lecture progressant, on peut poser plus de problèmes à l'aide d'un texte sans que l'essentiel des séances de mathématiques soit consacré à la compréhension des énoncés. Nous proposons dans une autre page une façon de procéder en conservant le caractère autovalidant des problèmes.

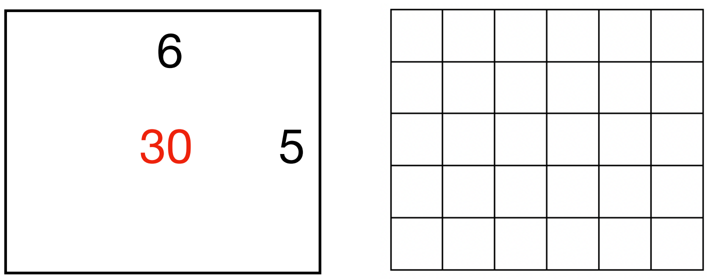
Cependant, introduire des problèmes à texte ne signifie pas abandonner totalement les problèmes posés à l'aide de matériel.
Ils conservent leurs qualités :

- Validation possible à l'aide du matériel. Les élèves savent grâce au matériel si ce qu'ils ont prévu est vrai ou non. L'enseignant n'a pas à convaincre que telle réponse est fausse, seulement à expliquer comment on peut faire pour prévoir correctement.
- Compréhension de la question instantanée. En économisant le temps consacré à la lecture et l'explicitation de l'énoncé, on peut traiter beaucoup plus de problèmes dans une même séance.

Nous proposons donc ici un autre « contexte » permettant de poser une grande variété de problèmes sans texte (ou avec très peu de texte).

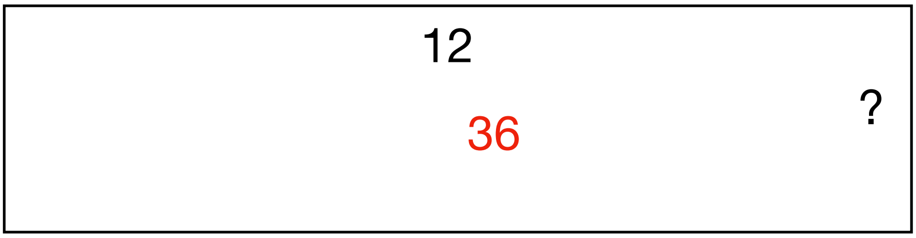
Le matériel

L'enseignant affiche au tableau des feuilles de papier dont une face quadrillée est cachée. La face visible, unie, comporte des indications chiffrées : les dimensions de la feuille (en carreaux) et son nombre total de carreaux. Pour que le matériel soit bien visible, nous conseillons des carreaux d'environ 5 cm de côté.



Une feuille ne porte pas toujours les trois indications possibles.

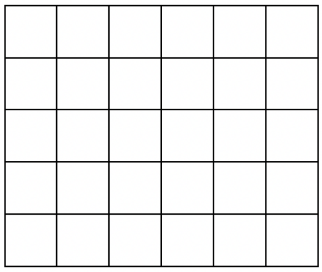
L’un des trois nombres est souvent remplacé par un point d’interrogation.
Pour poser un problème, il suffit alors d’afficher une feuille comme ceci :



Alternative pour le matériel :

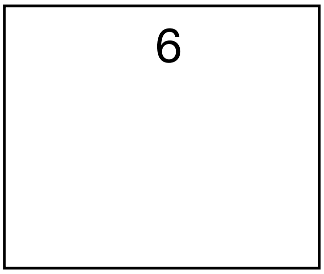
La fabrication des rectangles au format nécessaire pour le tableau est assez fastidieuse et leur stockage est encombrant.
Pour faciliter la préparation matérielle, on peut envisager d’utiliser des rectangles fabriqués à l’aide de papier quadrillé ordinaire (5 mm ou 8 mm de côté) collé à du papier uni, afin qu’une face seulement apparaisse quadrillée.
Les rectangles nécessaires pour le problème sont alors seulement dessinés à main levée au tableau. L’enseignant montre aux élèves la version réduite, qui reste sur son bureau et sera accessible si nécessaire au moment de la validation.

Présentation du contexte aux élèves

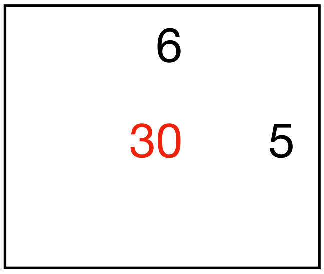


Nous allons utiliser des feuilles quadrillées comme celle-ci, mais je les retournerai. Vous ne verrez pas les carreaux et vous ne pourrez pas les compter.

Je vous donnerai quand même des indications.



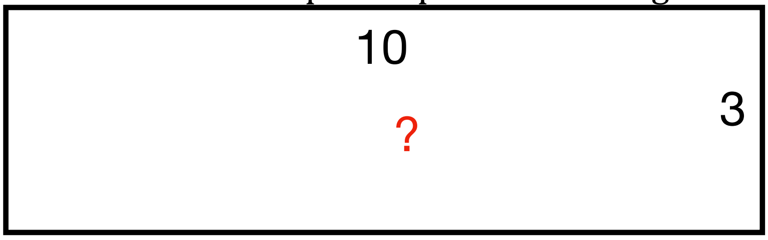
Cette feuille a 6 carreaux de long.



Cette feuille a 6 carreaux de long et 5 carreaux en hauteur.
En tout, il y a 30 carreaux derrière la feuille.

L’enseignant retourne alors la feuille et fait procéder au comptage pour confirmer les indications écrites.

Souvent, je remplacerai un nombre par un point d'interrogation.



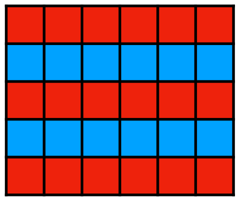
Le point d'interrogation rouge veut dire que vous devez trouver combien il y a de carreaux en tout au dos de cette feuille.

Contenu mathématique des problèmes

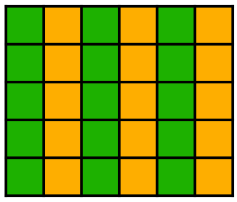
Les problèmes de feuilles quadrillées utilisent particulièrement les connaissances suivantes :

Je peux regarder une grille de 6 carreaux sur 5 de plusieurs façons.

Comme ça je vois 5 rangées, avec 6 cases dans chaque rangée.
Il y a 5 fois 6 cases.



Comme ça je vois 6 colonnes, avec 6 cases dans chaque colonne.
Il y a 6 fois cases.



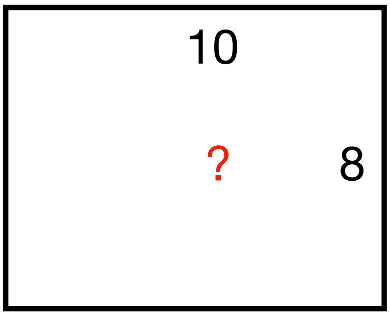
Que je regarde dans un sens ou dans l'autre, c'est toujours le même tableau, avec les mêmes cases. Il y a toujours autant de cases.

5 fois 6 cases, c'est autant que 6 fois 5 cases.
5 x 6 = 6 x 5

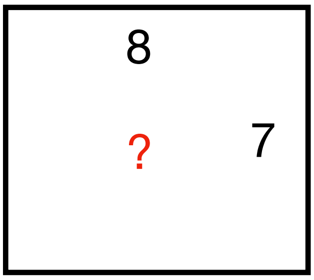
Derrière cette feuille il y a 8 rangées de 10 cases.
8 fois 10, c'est 8 dizaines, cela s'écrit 80.

Une feuille qui a 10 carreaux dans un sens et 5 dans l'autre contient 50 carreaux.

Une feuille qui a 13 carreaux dans un sens et 10 dans l'autre contient 130 carreaux.

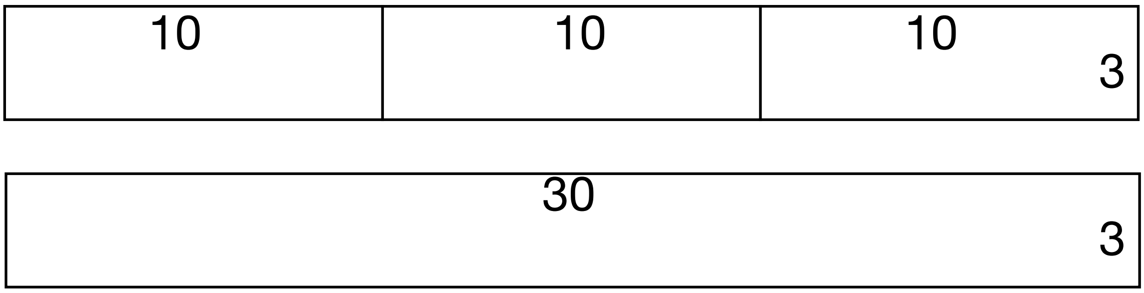


Pour certaines feuilles, quand il n’y a pas 10 carreaux en largeur ni en hauteur, c’est plus difficile de trouver combien il y a de carreaux en tout.
On peut lire le résultat dans les tables de multiplication.
8 x 7 = 56 ou 7 x 8 = 56



On n’a pas toujours des tables de multiplication sous la main… et puis ça va plus vite de retrouver quelque chose si on l’a dans la tête.
Par exemple, pour dire que 2+2 = 5 ou que 5+5 = 10 on n’a pas besoin de trouver une table et de la lire : on le sait.
Petit à petit, nous allons aussi apprendre les résultats des multiplications, par exemple : 8 x 2 = 16 3 x 5 = 15 4 x 6 = 24
Quand je sais bien un résultat, je le cache sur ma table de multiplication : je n’en ai plus besoin.

Si on regroupe deux feuilles quadrillées ou si on coupe une feuille en plusieurs morceaux, ça ne change pas le nombre total de carreaux.
Quelquefois, regrouper des feuilles ou les couper permet de trouver plus facilement ce qu’on cherche.
Il y a autant de carreaux sur ces deux dessins, mais le calcul est peut-être plus facile avec l’un des deux.



La question de la validation

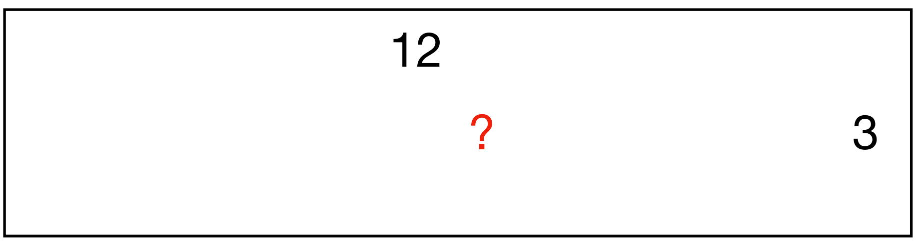
Il est essentiel que les élèves sachent que ce que l’on cherche existe : si les feuilles étaient retournées, il suffirait de compter les carreaux pour répondre à la question.
Cela ne signifie pas qu’il faut procéder au comptage après chaque problème.
Si les élèves se déclarent tous convaincus par le raisonnement proposé, l’enseignant n’insiste pas :
— Oui, on est vraiment surs qu’il y a 40 carreaux derrière cette feuille
—Puisque tout le monde a bien compris, ce n’est pas la peine de compter. Je suis d’accord, il y a 40 carreaux derrière la feuille.

Le calcul accède ainsi au statut de producteur de vérité : il y a 40 carreaux parce qu'on l'a calculé, avec la même certitude que si on les avait comptés.

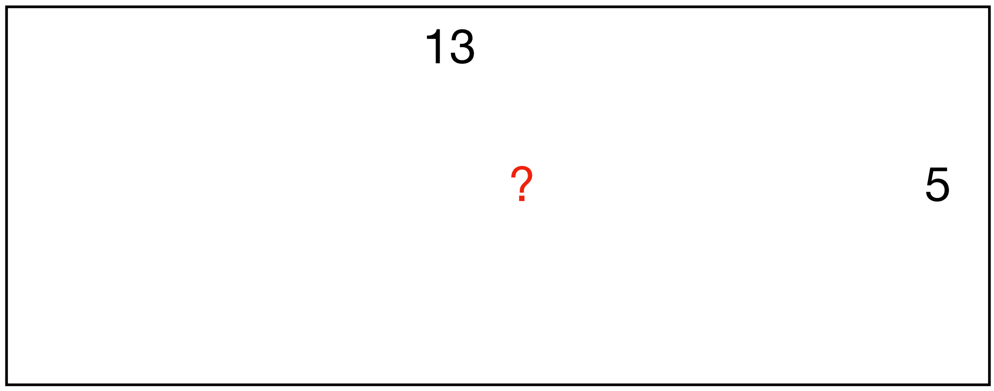
L'enseignant veillera cependant à ne pas laisser croire que la vérité se décide à la majorité : un résultat est vrai parce que le raisonnement est cohérent et non parce que presque tous les élèves sont d'accord.
Pour cela, il accordera de l'importance aux avis divergents, même très minoritaires : Myriam pense que nous nous sommes tous trompés, il faut compter pour savoir qui a raison.
Il peut également jouer de temps à autre le sceptique : vous pensez tous qu'il y a 20 carreaux sur la longueur de la feuille, mais je ne suis pas vraiment sûr, je préfère compter.

Un échantillon de problèmes

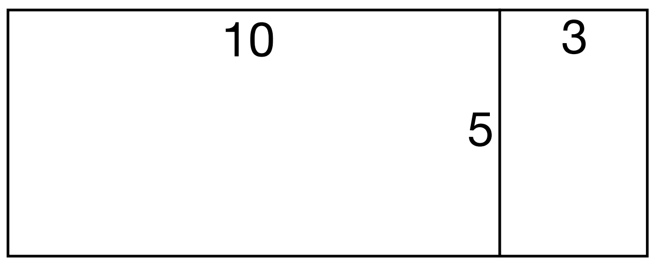
Les pages qui suivent proposent quelques exemples de problèmes, suivis pour chacun d'eux d'une procédure possible de résolution.
Certaines procédures décrites ne seront probablement pas trouvées spontanément par les élèves, elles devront être introduites par l'enseignant qui proposera de les réutiliser immédiatement sur un exemple analogue.

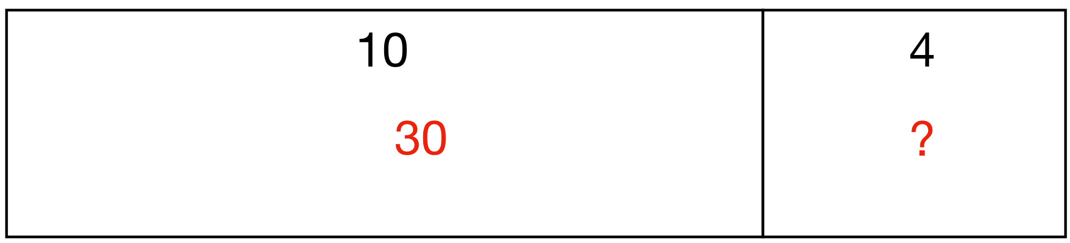


12 + 12 = 24
12 + 12 + 12 = 36.
Il faut 3 rangées de 12 carreaux pour faire 36 carreaux, la largeur de la feuille est donc de 3 carreaux.



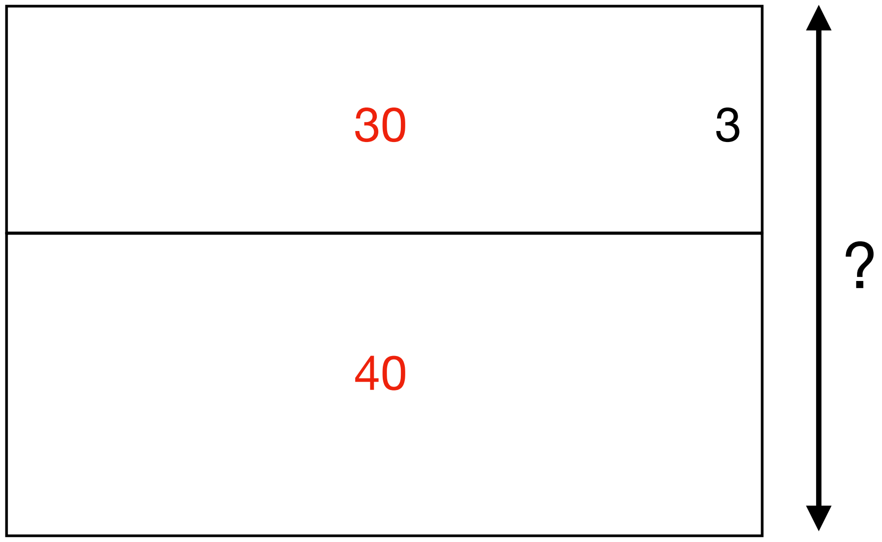
Il y a 5 rangées de 13 carreaux (ou 13 colonnes de 5 carreaux), le nombre de carreaux est 5x13.
Si on ne dispose pas encore d'une technique pour effectuer cette opération, on peut effectuer une suite d'additions, mais il est plus judicieux de découper le rectangle en morceaux dont on sait calculer le nombre de carreaux.
Ce découpage est particulièrement intéressant, car il préfigure la technique de multiplication posée.





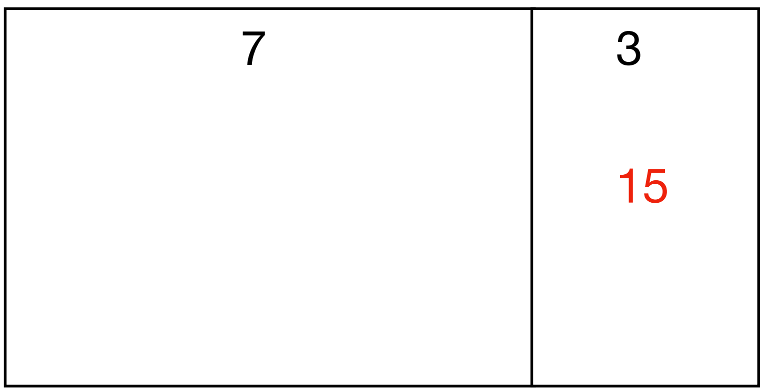
Sur la feuille de gauche, les rangées ont 10 carreaux.
Il y a 30 carreaux dans cette feuille, c'est combien de rangées de 10 ?
C'est 3 rangées de 10 parce que 30, c'est 3 dizaines.
La hauteur des feuilles est donc de 3 carreaux.
La feuille de droite contient 3 fois 4 carreaux,
c'est à dire 4 + 4 + 4 ou 12 carreaux.

Parfois, on ne peut pas éviter un ajout sur la figure pour poser la question.



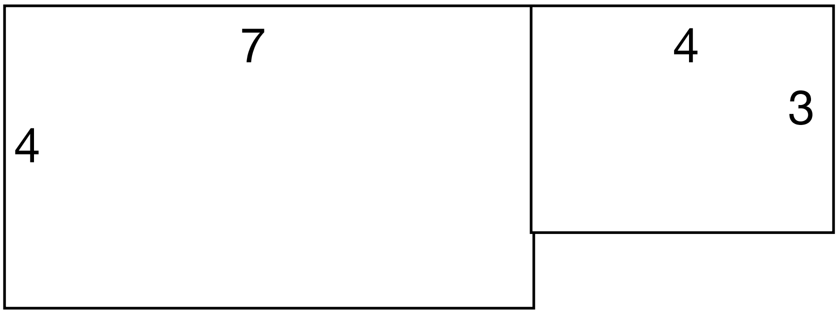
30 c'est 3 dizaines.
Dans le rectangle du haut, il y a 3 rangées qui font en tout 30 carreaux, alors il y a une dizaine de carreaux dans chaque rangée.
Le rectangle du bas contient 40 carreaux.
Pour faire 40 carreaux, il faut 4 rangées de 10.
4 rangées pour le rectangle du bas et 3 pour celui du haut, il y a 7 rangées en tout. La hauteur de la figure est de 7 carreaux.

Parfois, quelques mots sont nécessaires pour poser le problème.



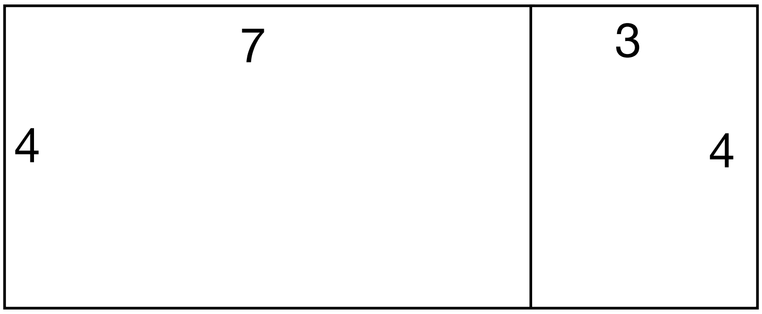
Combien de carreaux en tout ?

Le rectangle de droite a 3 colonnes qui font en tout 15 carreaux.
15, c'est 3 fois 5, alors chaque colonne contient 5 carreaux.
Il y a donc 5 rangées.
Une rangée de la figure entière contient 10 carreaux. (7 + 3).
En tout il y a 5 rangées de 10 carreaux, c'est-à-dire 50 carreaux.



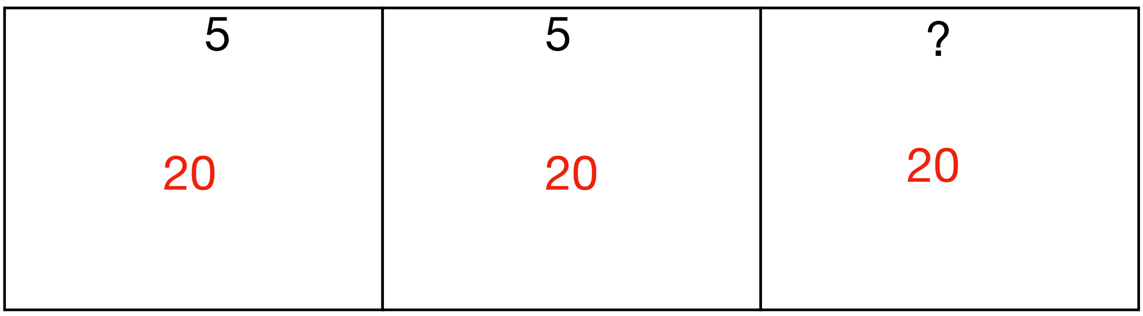
Combien de carreaux en tout ?

Si je tourne le rectangle de droite pour le placer comme ça, il y a toujours autant de carreaux.



En tout, il y a 4 rangées de 10 carreaux, c'est-à-dire 40 carreaux.

Si je coupe le rectangle de gauche par un trait vertical en deux parties identiques, chaque partie contiendra 20 carreaux… comme le rectangle de droite.



La largeur du rectangle de droite est la moitié de celle du rectangle de gauche : 5 carreaux.