Aider à résoudre un problème

Un problème numérique est posé dans une classe de cycle 3, certains élèves sont désemparés. Que peut faire le maitre pour les aider ?

Nous ne proposons pas de méthode miracle assurant que tous les élèves d'une classe réussissent à résoudre un problème numérique mais nous visons à élargir le répertoire d'interventions dans lequel le professeur peut puiser.
En effet, si le professeur dispose d'interventions variées pour aider ses élèves, les chances qu'il agisse efficacement sont plus grandes que si ses interventions sont stéréotypées.

Nous ne traitons pas dans cette page deux types d'intervention pourtant utiles :
a) Celles qui visent à faire comprendre le problème : de quoi parle-t-on ? que cherche-t-on ? On suppose ici que ce travail a été fait : la question est comprise, mais la difficulté persiste.
b) Celles qui induisent une procédure particulière.

On pèse ensemble un paquet de riz et 3 boites de raviolis identiques : la balance indique 2785 g. Le paquet de riz pèse 520 g. **Combien pèse une boite de raviolis ?**

Pour ce problème, le maitre peut suggérer, le calcul du poids des 3 boites de raviolis.
C'est parfois nécessaire car réussir une tâche simplifiée est mieux que de ne rien faire.
C'est cependant une intervention de dernier recours, car l'élève qui réussit après cette suggestion n'a pas résolu le même problème que les autres.

Voici donc sept types d'actions qu'on peut envisager pour aider à la résolution de problèmes numériques.

1. Des interventions portant sur le problème lui-même.

Les trois propositions qui suivent vont plus loin que la simple compréhension de l'énoncé, elles peuvent aider certains élèves à dépasser le stade de la compréhension "passive" et à s'engager dans un processus de résolution.

Changer les nombres.

La difficulté d'un problème est liée à de nombreux éléments : structure mathématique sous-jacente, familiarité ou non du contexte... mais aussi valeurs des nombres utilisés. Face à un problème qui résiste, on peut donc proposer aux élèves de commencer par résoudre un problème plus facile en changeant les valeurs numériques.

— Vous avez du mal à démarrer sur le problème précédent, essayez avec celui-ci ?

On pèse ensemble un paquet de riz et 3 boites de raviolis identiques : la balance indique 3500 g. Le paquet de riz pèse 500 g. **Combien pèse une boite de raviolis ?**

Dans bien des cas, la simplification passe par l'utilisation de nombres plus petits, mais ce n'est pas systématique. Des nombres du même ordre de grandeur, mais ronds, peuvent aussi permettre de s'engager dans des procédures de calcul mental conduisant à la solution.

— Si vous avez su résoudre le nouveau problème, revenez au premier problème.

Multiprésentation.

Il s'agit de proposer aux élèves plusieurs problèmes ayant la même structure mathématique et utilisant les mêmes nombres, mais des habillages différents.

Voici un exemple :

On pèse ensemble un paquet de riz et 3 boites de raviolis identiques : la balance indique 2785 g. Le paquet de riz pèse 520 g. **Combien pèse une boite de raviolis ?**

On met bout à bout une baguette bleue et 3 baguettes rouges identiques : la longueur totale des quatre baguettes est 2785 mm. La baguette bleue mesure 520 mm. **Quelle est la longueur d'une baguette rouge ?**

La mairie a acheté une bibliothèque et 3 armoires identiques pour l'école : le prix total des quatre meubles est de 2785 €. La bibliothèque coûte 520 €. **Quel est le prix d'une armoire ?**

Vous trouverez une présentation détaillée de l'utilisation de la multiprésentation dans cet article de la revue Grand N : *http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/76/76n4.pdf*
Les auteurs y analysent des séances dans lesquelles on propose aux élèves, selon plusieurs modalités, des problèmes en multiprésentation.

Sans aller jusqu'à fournir d'emblée aux élèves des problèmes en multiprésentation, proposer à postériori un ou deux autres problèmes similaires en demandant "est- ce que tu saurais plus facilement répondre à cette question ?" peut aider, en particulier si l'élève a du mal à se représenter le contexte évoqué dans le problème.

Faire en sorte que la réponse donnée puisse être validée matériellement
Si les boites de raviolis le paquet de riz et une balance sont présentes dans la classe, on peut proposer le contrat suivant : quand vous aurez trouvé le poids d'une boite de raviolis, nous la pèserons pour voir si ce que vous avez trouvé est vrai.
Ce simple changement de contrat (il ne s'agit plus de trouver "la bonne opération", de deviner ce que le maitre attend ou ce qu'il "faut" faire) permet à certains élèves de se mettre en action. Ce point de vue est développé sur ce site dans deux pages du portant sur les problèmes numériques en cycle 2 ainsi que dans une page sur les "problèmes de vie courante ».
Bien entendu, si on décide d'adopter ce type d'aide, il faudra anticiper et rédiger l'énoncé du problème en fonction du matériel dont on dispose. Il est en effet beaucoup plus facile de peser trois livres d'histoire et un livre de mathématiques, puis rédiger le problème en utilisant les valeurs trouvées, que de dénicher des boites de raviolis pesant exactement 755 grammes.

2. Raconter l'histoire autrement.
Si aucune procédure ne vient rapidement à l'esprit des élèves pour résoudre le problème posé, on peut entreprendre avec eux de le reformuler :
— Pour faire 2785 g, il faut mettre sur la balance le riz et aussi les raviolis. Les boites de raviolis sont toutes pareilles, il y en a trois...
Ce travail de reformulation insiste sur le fait que c'est la situation qui importe, et non les mots utilisés pour la décrire, mais il arrive que certaines formulations aident à envisager des actions que d'autres formulations n'évoquaient pas du tout. En disant que 2785 g c'est le poids du riz et des raviolis, on met en évidence une situation classique de réunion de deux quantités peut-être un peu moins visible dans l'énoncé initial qui met en avant la présence de trois boites.
Il est fréquent en mathématique que la réformulation d'un problème soit la clé du succès.

3. Les valeurs aberrantes.

— Penses-tu qu'une boite de raviolis pèse un million de grammes ?

— Non, ça ne se peut pas, c'est beaucoup trop

— Est-ce qu'elle pèse 3 000 g ?

— Non, parce que les quatre boites ensemble pèsent 2 785 g, et les quatre boites, c'est plus lourd qu'une boite toute seule...

Ce court dialogue montre comment la proposition par le maitre de valeurs aberrantes peut engager l'élève dans une action, des déductions à partir des données de l'énoncé.

La première réponse qui rejette la possibilité d'une boite d'un million de grammes est probablement motivée seulement par le fait qu'un million est un grand nombre, sans référence au problème. En revanche la deuxième réponse témoigne déjà d'une réflexion sur les données.

Souvent, cette mise en action ne suffit pas pour que l'élève poursuive sa recherche de façon autonome. Elle nous parait cependant particulièrement importante, car elle rappelle aux élèves qu'on cherche à dire des choses vraies à propos de la situation évoquée (et non à deviner « quelle opération il faut faire »).

Par ailleurs, cette intervention est brève et demande peu de préparation… il n'y a donc pas de raison de s'en priver.

4. Engager des essais

Si à la suite du dialogue précédent le maitre poursuit par :

— Est-ce qu'elle pèse 1 000 g ?

ou par : — Est-ce qu'elle pèse 10 g ?

L'élève sera amené à expliquer que ces valeurs ne conviennent pas par des arguments un peu plus précis. Si une boite de raviolispèse 1 000 g, les trois boites de raviolis dépassent déjà le poids total. Si une boite de raviolispèse 10 g, le poids total ne dépasse pas de beaucoup celui du paquet de riz... ce n'est pas assez.

On peut alors faire le point de ce qu'on sait : la boite de raviolispèse plus que 10 g, mais moins que 1 000 g.

Si on ne sait pas quoi faire d'autre, on peut alors demander explicitement à l'élève de poursuivre une stratégie par essais successifs : c'est très bien, la boite pèse entre 10 g et 1 000 g, mais ça n'est quand même pas très précis : choisis un poids entre 10 g et 1 000 g, et on verra si c'est le bon.

Nous avons dit plus haut que suggérer une procédure particulière nous semblait être un dernier recours. Cependant, suggérer de faire des essais n'est pas de même nature que suggérer de calculer la masse des trois boites de raviolis : il reste une assez grande variété de démarches pour atteindre le résultat cherché.

Voici par exemple quelques possibilités après avoir essayé 500 g comme poids de la boite de raviolis :
Calculer le poids des trois boites par addition ou par multiplication.
Calculer ensuite le poids total en ajoutant celui de la boite de riz, ou constater qu'il manque encore plus de 1000 g, ce qui est bien plus que le poids du riz.
Quand on a constaté d'une façon ou d'une autre que 500 g est une valeur trop faible pour le poids d'une boite de raviolis, on peut évidemment procéder à un nouvel essai à partir d'une valeur plus grande, c'est probablement ce qui se passera.
Cependant, il n'est pas impossible, surtout si les valeurs numériques s'y prêtent, que des raccourcis soient trouvés :
Une boite de raviolispèse-t-elle 655 g ?
3 x 655 g = 1965 g. 1965 g + 520 g = 2485 g.
Il manque exactement 300 g pour obtenir le poids total exact, il suffit donc d'ajouter 100 g au poids de chaque boite de raviolis. Une boite de raviolis pèse 755 g.
Nous ne prétendons pas que ce type de raisonnement sera fréquent, nous disons seulement que les essais successifs ne constituent pas une procédure fermée.
La variété des procédures possibles, des choix à faire, des initiatives à prendre à l'intérieur de la démarche par essais justifie qu'on propose cette démarche aux élèves qui ne parviennent pas à démarrer.

5. Suggérer une étape non standard.

— Imaginons que je rajoute un autre paquet de riz, le poids total des trois boites de raviolis et des deux boites de riz est 2785 g + 520 g = 3305 g.
— Si je mets ensemble 6 boites de raviolis et 2 paquets de riz, c'est le double de ce dont parle l'énoncé, le poids total est alors 2 x 2785 g, soit 5570 g.
Je résume maintenant dans un tableau les informations dont je dispose (celles de l'énoncé et celles que je viens de trouver).

Nombre de boites de raviolis	Nombre de paquets de riz	Poids total en g
3	1	2785
3	2	3305
6	2	5570

Comme dans la démarche par essais successifs, on fournit à l'élève un schéma d'action possible, sans lui fournir une voie unique vers la solution du problème.
Ainsi, à partir des éléments disponibles dans le tableau ci-dessus, on peut par exemple :

- remarquer qu'ajouter despaquets de riz ne fait que compliquer les choses...et qu'il serait peut-être plus judicieux d'en enlever un,
- remarquer que dans la deuxième et la troisième ligne du premier tableau, il y a autant de paquets de riz. La différence de poids vient donc des boites de raviolis supplémentaires. Trois boites de raviolis pèsent donc...
- ajouter encore un paquet de riz à la situation décrite par la deuxième ligne, et calculer ainsi le poids de 3 boites de raviolis et 3 paquets de riz, ce qui faits 3 lots identiques d'une boite de raviolis et un paquet de riz…

Chacun de ces raisonnements est difficile et il est peu probable que des élèves vraiment en difficulté en viennent à bout seuls. Cependant, un élève qui aura inventé correctement une ou deux lignes supplémentaires du tableau, même mal choisies, de même qu'un élève qui aura effectué quelques essais numériques, même sans aller au bout, n'aura pas rien fait.
On peut espérer que si on lui montre que le cheminement qu'il a engagé pouvait aboutir à la solution cela l'encourage à prendre des initiatives analogues pour d'autres problèmes.

6. Le classeur de problèmes

Si on conserve dans la classe, réunis dans un seul classeur, tous les problèmes résolus depuis le début de l'année (ou pourquoi pas depuis le début du cycle) avec pour chacun d'eux les solutions correctes qui ont été trouvées, on peut proposer à l'élève de consulter le cahier pour voir s'il n'y aurait pas un problème "qui ressemble" dont on pourrait réutiliser le mode de résolution.
Il nous semble que cette approche permet de poser de bonnes questions sur la ressemblance entre deux problèmes.
On peut espérer mettre ainsi en évidence que deux problèmes parlant de boites de raviolis ne se ressemblent pas nécessairement du point de vue des mathématiques. En revanche, le fait que les boites de raviolis soient toutes identiques est pertinent... avons nous déjà résolu des problèmes dans lesquels il y avait plusieurs choses identiques réunies ? Comment avons-nous fait ?

7. Le classeur de schémas

De même qu'on peut conserver les problèmes déjà travaillés et leur solution, on peut conserver les schémas qui ont permis de résoudre certains problèmes. Feuilleter ce document amène à se demander si tel ou tel schéma peut ou non représenter correctement la situation étudiée.