

5 cubes pour un solide

On trouve dans beaucoup d'écoles des lots de petits cubes pouvant s'assembler face contre face. Il en existe différents modèles. Certains ne peuvent s'assembler que pour former des barres de différentes longueurs. D'autres peuvent s'assembler dans plusieurs directions et permettent donc de construire des solides variés. C'est ce type de cube que nous allons utiliser.

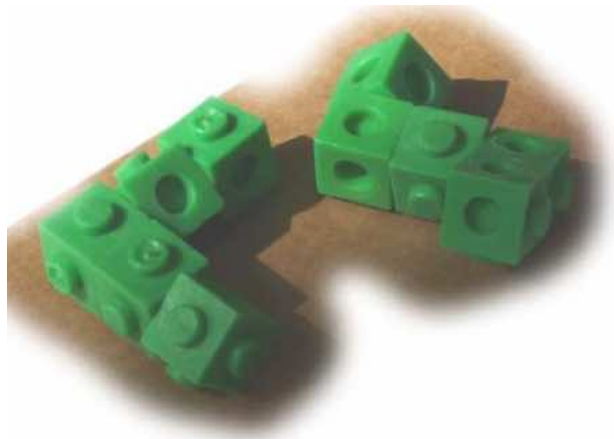
Que peut-on fabriquer avec cinq cubes ?

Cinq est un petit nombre, trouver tous les solides que l'on peut fabriquer avec cinq cubes ne semble donc pas un bien grand défi, d'autant qu'il s'agit d'un défi collectif.

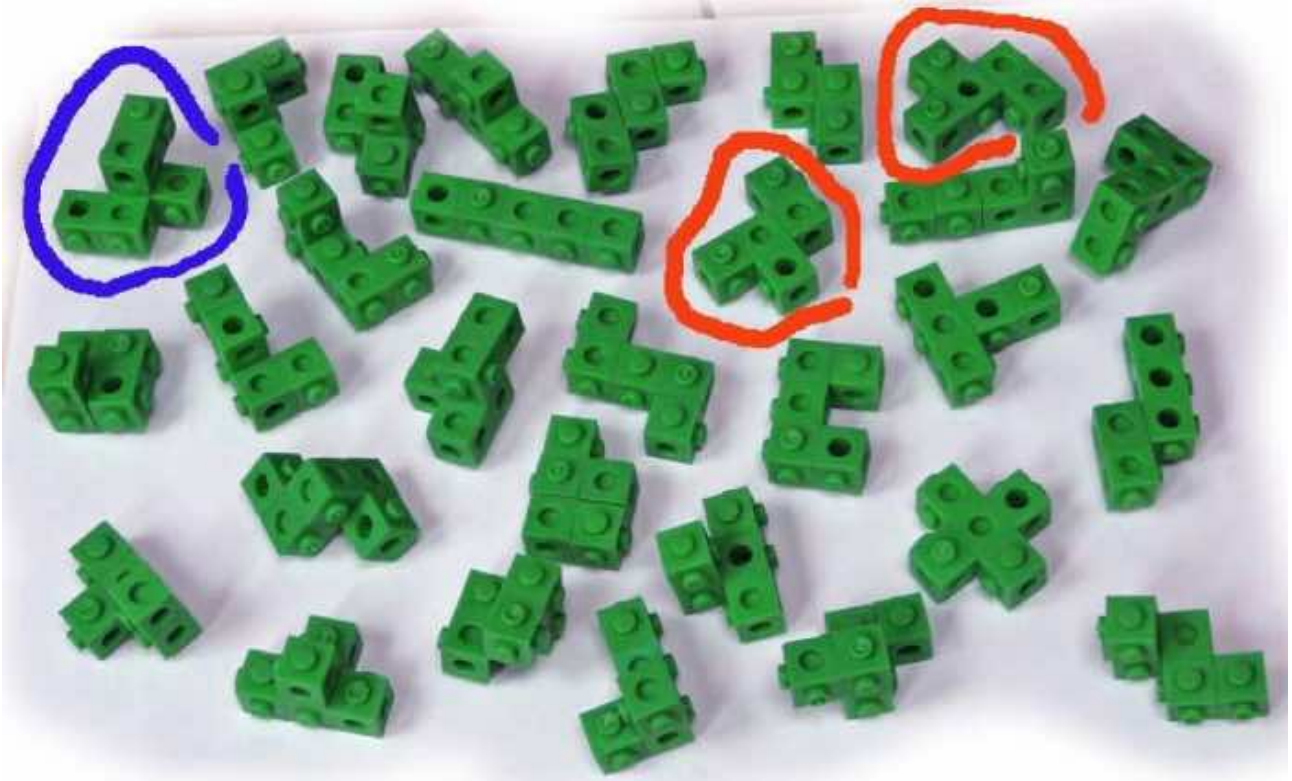
Si nécessaire, on précisera qu'on ne tient pas compte de la place des ergots.
Ces deux objets sont considérés comme identiques :



On impose également d'assembler les faces exactement l'une sur l'autre.
Ces objets ne sont pas acceptés, sinon il y aurait une infinité de possibilités :



On alterne des temps de travail où l'on cherche à inventer de nouveaux solides et d'autres moments où l'on tente d'éliminer les doublons.
Après plusieurs phases, on dispose d'une collection ressemblant à ceci :



Cette collection a quelques petits défauts :
les solides entourés en rouge sont identiques, celui entouré en bleu comporte six cubes, un autre n'en a que quatre.

Sommes-nous d'ailleurs certains qu'il n'y a pas d'autres doublons ?
Et comment savoir s'il n'y a pas d'oublis ?

Pour faciliter la réponse à ces questions, il est utile de classer les solides fabriqués en plusieurs familles. Nous proposons ici plusieurs classements.

Il n'est pas nécessaire d'envisager avec une classe tous les classements proposés ici, néanmoins classer les solides obtenus selon plusieurs critères différents enrichit la connaissance que l'on a des solides.

Premier classement : selon le nombre de petits cubes qu'on peut poser simultanément à plat sur la table.

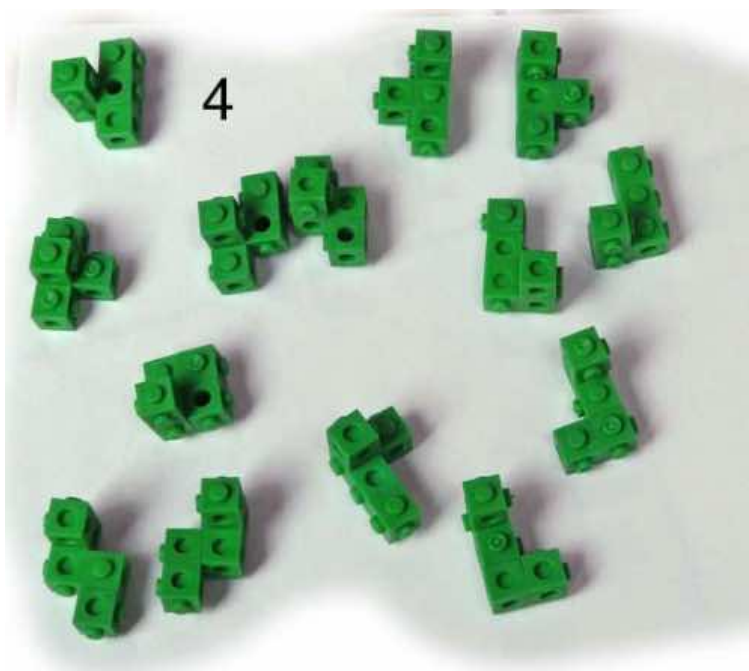


Pour certains solides, on peut poser les cinq petits cubes sur la table en même temps.

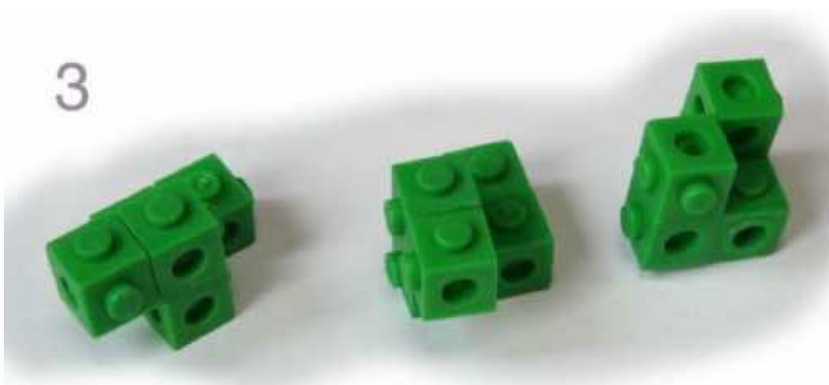
Remarque : avec le matériel que nous utilisons, il faut imaginer que les ergots n'existent pas, ou bien les orienter de façon à obtenir une face constituée de cinq carrés percés.

Pour d'autres solides, on peut ne peut pas poser les cinq petits cubes sur la table en même temps, mais on peut en poser quatre.

On remarque sur cette photo que des objets "jumeaux" ont été placés côte à côte. Il s'agit d'objets dont l'un est l'image de l'autre dans un miroir, mais qu'on ne peut pas faire coïncider exactement même en les tournant dans tous les sens : ils ne sortent pas du même moule.



Cette remarque n'aura pas lieu nécessairement à ce stade, mais on peut parier (et souhaiter) qu'elle viendra tôt ou tard.

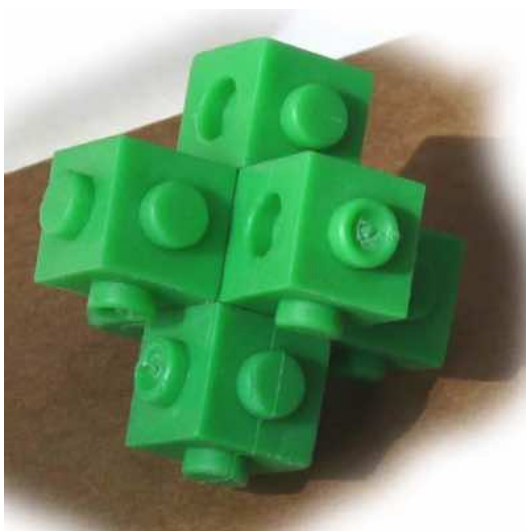
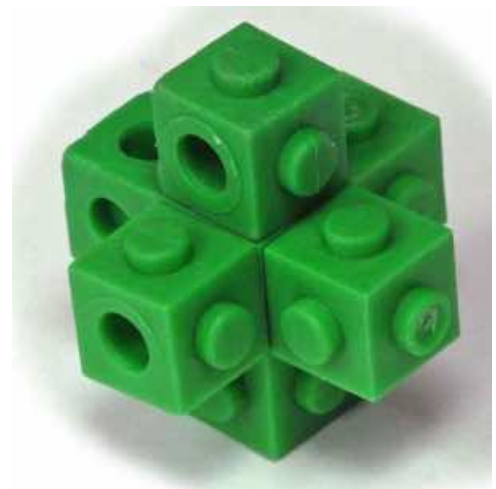


Il y a même des solides dont on ne peut poser que trois petits cubes à la fois à plat sur la table.

Existe-t-il des solides dont on ne peut poser que deux cubes à la fois sur la table ?

Existe-t-il des solides dont on ne peut poser qu'un cube à la fois sur la table ?

C'est le cas de ce solide fabriqué en fixant un petit cube sur chaque face d'un cube central. Certes ce solide est fabriqué avec 7 cubes et non 5... cela incite tout de même à considérer la question de plus près.



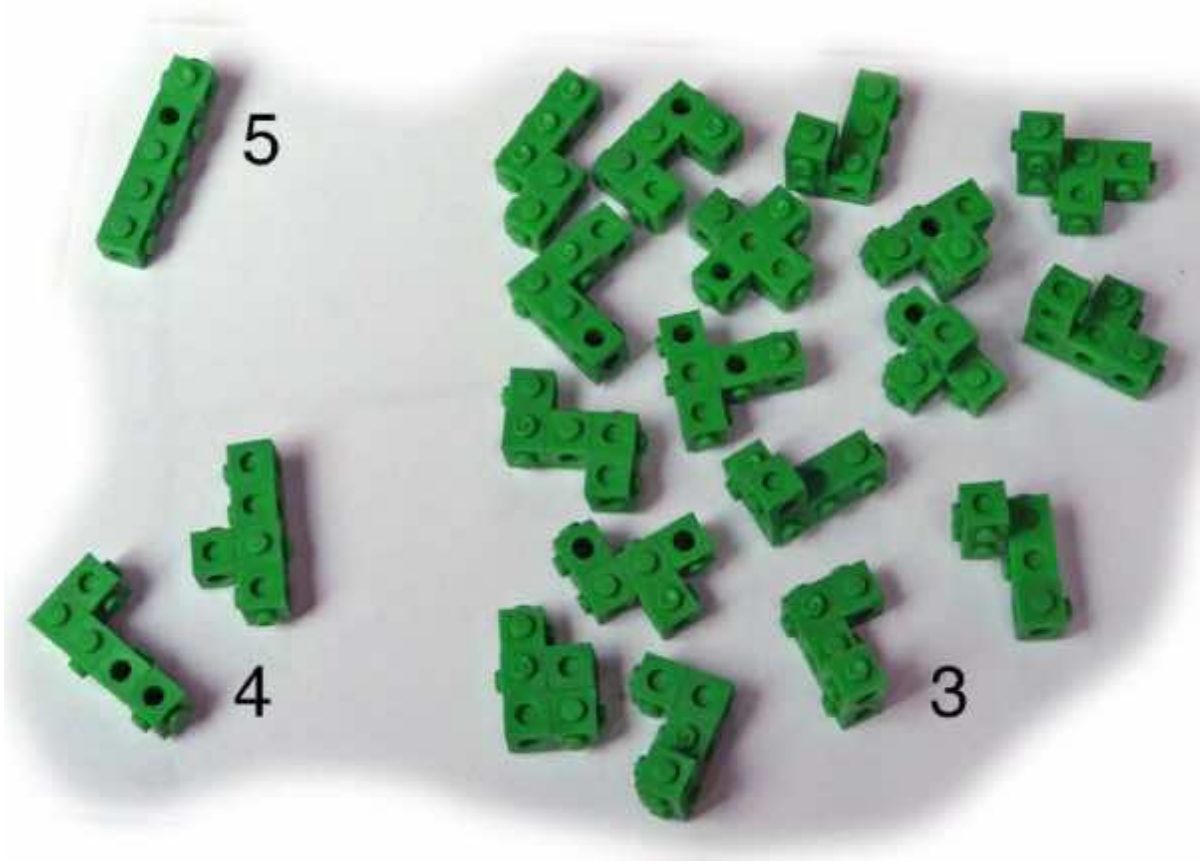
Nous avons parfois omis de rappeler qu'on pose les petits cubes **à plat** sur la table.

C'est pourtant important :

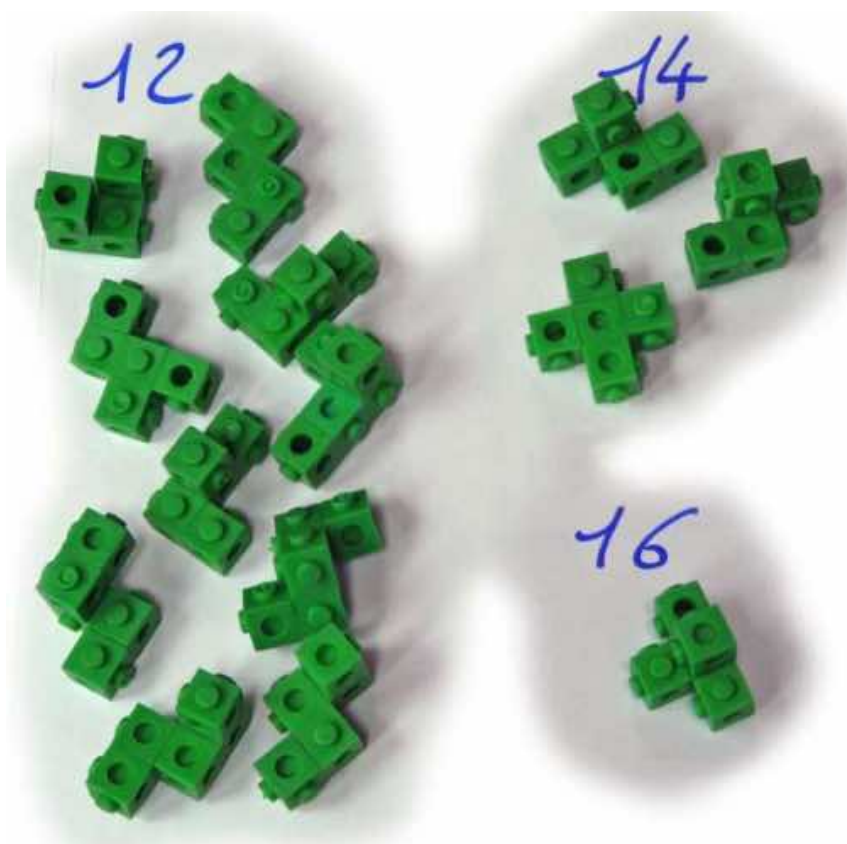
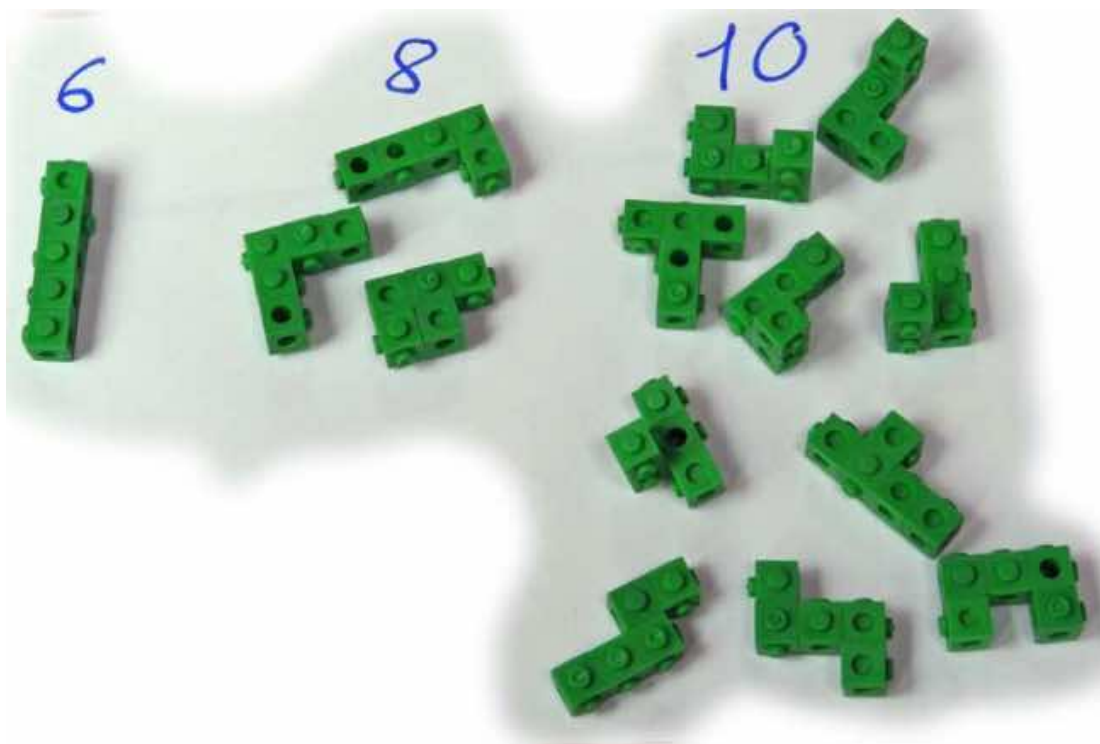
le solide ci-dessus, constitué de 7 cubes, peut se poser avec 2 petits cubes touchant la table si on accepte que le contact soit seulement une arête de petit cube.

Il peut même avoir 3 petits cubes en contact avec la table par un sommet :

Deuxième classement : selon la longueur de la plus grande barre que l'on peut trouver dans le solide.



Troisième classement : selon le nombre de faces.

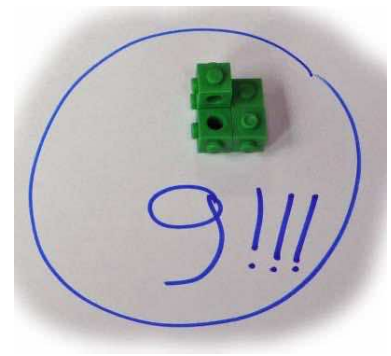


Compter les faces est un peu fastidieux, mais en s'organisant on parvient à ce que montrent les photos.

Une quasi-certitude se fait jour : le nombre de faces du solide obtenu en assemblant 5 petits cubes est toujours pair !

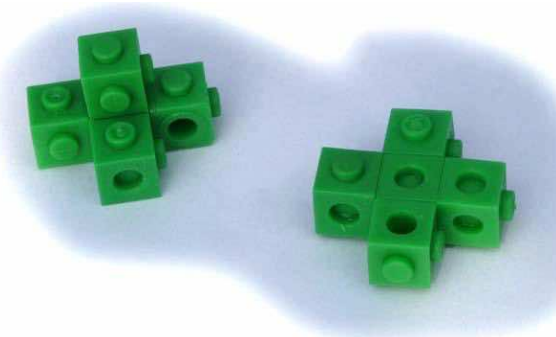
Mais une quasi-certitude n'est pas une certitude.

Voici une magnifique occasion d'apprendre que l'accumulation d'exemples n'est pas une preuve.



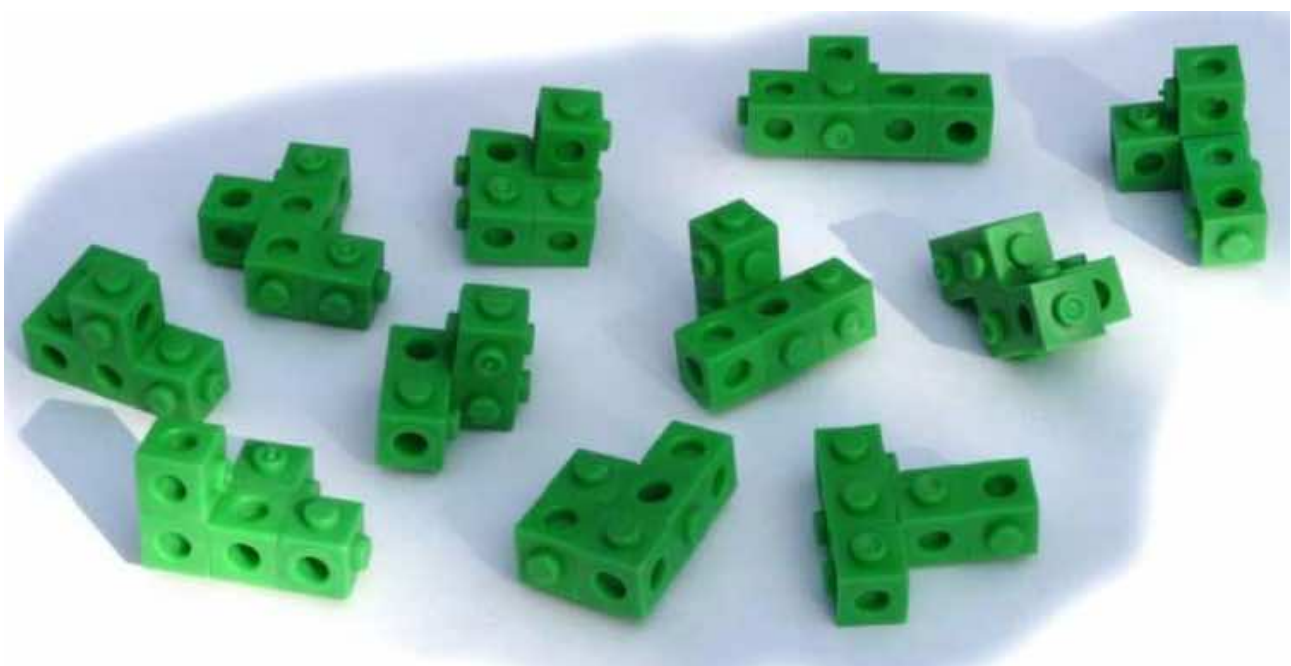
Quatrième classement :

Selon le nombre maximum de petits cubes fixés sur un même cube.



Il y a un petit cube sur lequel les quatre autres sont fixés.

Il n'y a pas de petit cube sur lequel les quatre autres sont fixés, mais il y en a un sur lequel trois cubes sont fixés :



Autres classements : les propositions ci-dessus n'épuisent pas le sujet, elles ont seulement pour but de montrer que les solides qui ont été fabriqués peuvent être analysés à partir de multiples points de vue.

Contrairement à ce que laissent croire les programmes, et plus encore certains manuels, compter les faces les sommets et les arêtes d'un polyèdre n'épuise pas ce qu'on peut en dire.

On peut compter les arêtes, les sommets, les faces constituées d'un seul carré, les faces concaves, mesurer la longueur totale des arêtes (l'unité de longueur étant l'arête d'un petit cube pour ne pas compliquer inutilement les choses)...

Si on a utilisé plusieurs classements, on peut dresser la carte d'identité d'un solide, sur laquelle figurent toutes les caractéristiques étudiées.

On peut poser 4 cubes de ce solide simultanément sur la table.

Il tient dans une boîte de dimensions 2, 2 et 3.

La plus grande barre qui le constitue est formée de 3 cubes.

Un des cubes est collé à 3 autres cubes.

Il a 12 faces dont trois sont concaves et 7 sont constituées d'un seul carré...

Cependant, si ce solide a un jumeau aucun des classements envisagés ici ne permet de le distinguer de son jumeau... et il y a peut-être d'autres solides ayant les mêmes caractéristiques, la recherche n'est pas finie !

