

Beaucoup de quadrilatères

En bref

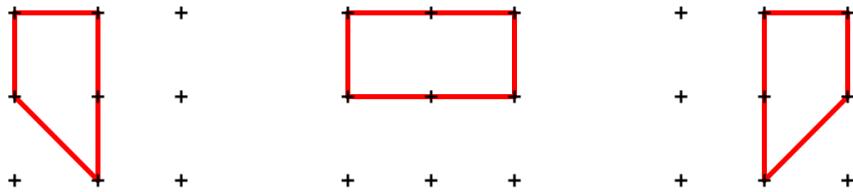
Trouver le plus possible de quadrilatères différents dont les sommets sont sur les noeuds d'une grille de 9 points.

Introduction du problème

Sur vos feuilles, il y a des grilles de 9 points.

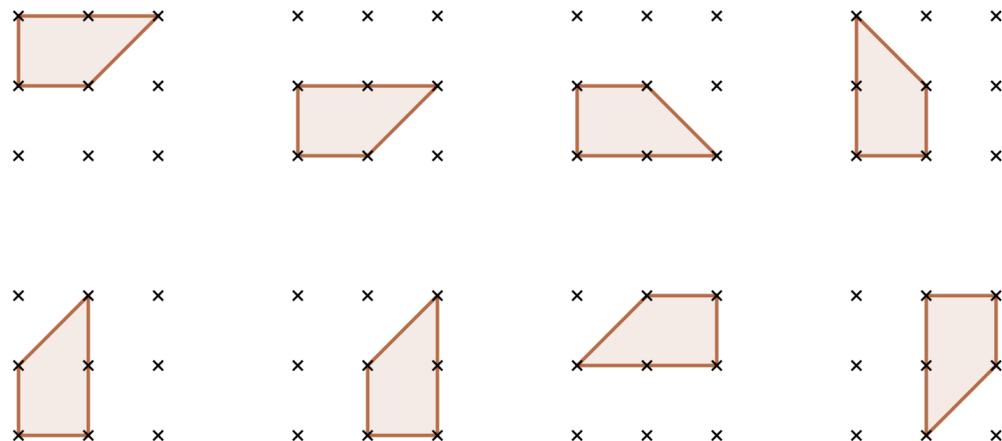
Je vous demande de tracer un quadrilatère sur chaque grille. les sommets doivent être sur les points de la grille. Le but est d'obtenir le plus possible de quadrilatère tous différents.

Sur cet exemple, je n'ai pas très bien commencé. J'ai dessiné trois quadrilatères, mais le premier et le troisième sont identiques, je n'ai trouvé que deux quadrilatères différents.



Si deux quadrilatères peuvent se recouvrir exactement après les avoir glissés, ou retournés, on considère que c'est le même.

L'enseignante insiste sur ce point en plaçant un même quadrilatère découpé dans du carton dans différentes positions sur la grille.



Ce ne serait pas très intéressant de dessiner toujours la même figure dans différentes positions. On cherche des figures vraiment différentes, qui ne peuvent pas se superposer.

Remarque sur le matériel les feuilles comportant des grilles de 9 points nécessitent des photocopies. Un travail approfondi sur ce problème avec de telles feuilles serait couteux et polluant.

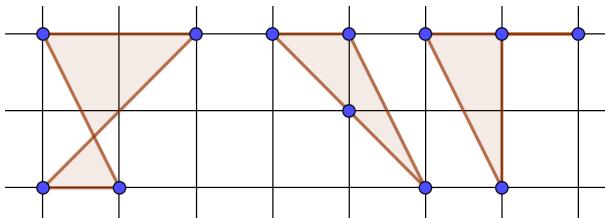
Cependant, nous conseillons d'effectuer la première séance de cette façon car les quadrilatères tracés se voient mieux que sur papier quadrillé. Par la suite, l'enseignante fera remarquer que, sur une feuille quadrillée, les nœuds d'un carré de 4 carreaux sont disposés comme il convient.

Éléments de relance

L'enseignante affiche une dizaine de quadrilatères, de préférence parmi ceux qui ont été dessinés par de nombreux élèves. Elle invite des élèves qui pensent avoir un quadrilatère différent à venir à tour de rôle dessiner leur proposition à main levée au tableau (en commençant par dessiner la grille si le tableau n'est pas quadrillé).

La classe vérifie collectivement que chaque quadrilatère proposé ne figurait pas déjà dans la collection.

C'est l'occasion pour l'enseignante de préciser si nécessaire certains points restés implicites dans la consigne : on n'accepte pas les quadrilatères croisés, ni ceux dont deux côtés sont sur une même droite comme ceux de la figure suivante :



Accepter ou non ces quadrilatères est une convention.

Considérer comme identiques deux polygones superposables placés dans des positions différentes est également une convention.

Nous pensons que ce sont les plus raisonnables dans une classe de cycle 3.

Dans certains cas il peut y avoir un doute sur la question de savoir si deux quadrilatères sont ou non superposables.

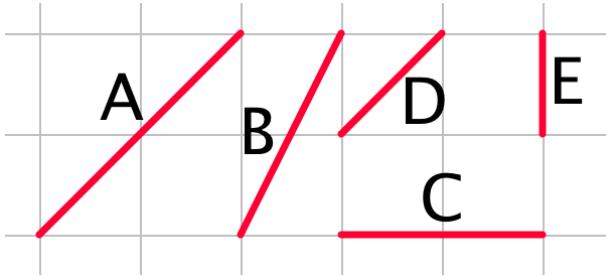
Quand les quadrilatères à comparer ne sont pas superposables, l'enseignante peut généralement l'expliquer en s'appuyant sur leur description :

- ici il y a un angle droit, pas là
- ici les côtés de l'angle droit ont la même longueur, pas là
- ici un des côtés mesure exactement deux côtés de carreau, pas là...

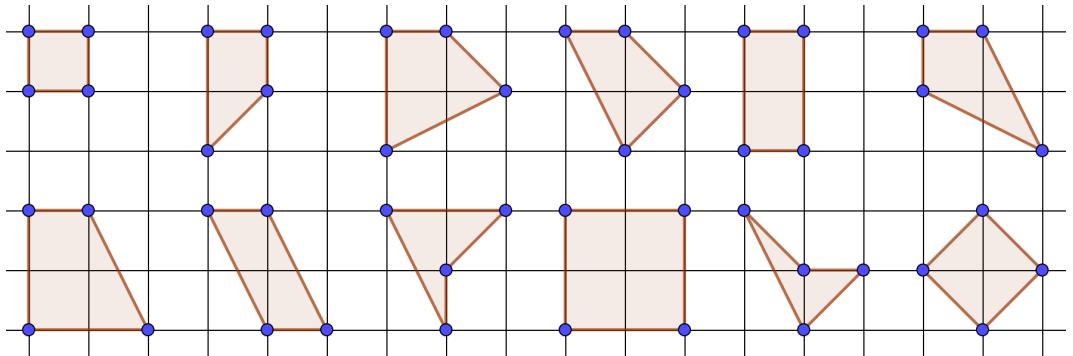
Si l'argumentation ne parvient pas à convaincre tous les élèves, et quand les quadrilatères à comparer sont superposables, l'enseignante demande aux élèves de reproduire leurs propositions en grand format et fait procéder au constat qu'il est possible ou non de les superposer.

Quand la recherche de nouveaux quadrilatères ne progresse plus, l'enseignante suggère de s'organiser en répartissant les quadrilatères en familles, par exemple de la façon suivante :

- Sur notre grille, les segments que l'on peut tracer sont de cinq longueurs différentes.



On peut répartir les quadrilatères en 5 familles : ceux dont le plus grand côté a la même longueur que A, ceux dont le plus grand côté a la même longueur que B... .



En le faisant, on s'aperçoit (si les quadrilatères trouvés sont ceux de la figure ci-dessus) que nous n'avons aucun quadrilatère dans la famille A et un seul dans les familles D et E... C'est peut-être normal, mais il se peut aussi que nous en ayons oublié... cherchez si vous pouvez enrichir ces familles.

D'autres répartitions en familles peuvent être explorées pour faciliter la recherche de polygones oubliés, en voici des exemples :

1. Les quadrilatères qui ont 4 angles droits / ceux qui en ont 3 / ceux qui en ont 2 / ceux qui en ont 1 / ceux qui n'en ont pas.
2. Les quadrilatères dont un sommet est sur le point central de la grille / ceux qui n'ont pas de sommet au centre de la grille. Chacune des deux catégories précédentes peut être partagée en familles plus petites. Par exemple, les quadrilatères dont un sommet est au centre de la grille peuvent avoir 0 / 1 / 2 / 3 sommets au milieu des côtés de la grille.
3. Les quadrilatères peuvent être classés selon leur aire.
4. Ils peuvent être classés selon la longueur de leur plus grande diagonale. C'est une bonne occasion de constater que les quadrilatères concaves ont une diagonale qui leur est extérieure.

Éléments de preuve

Il ne nous semble pas pertinent au cycle 3 de chercher à prouver qu'on a obtenu une collection exhaustive.

Aménagements pour le cycle 2

Pour commencer le travail, chaque élève dessine un seul quadrilatère sur une grille de grandes dimensions puis le découpe.

l'enseignante précise qu'on a le droit à toutes les formes : les carrés et les rectangles sont autorisés, mais aussi les formes beaucoup plus bizarres.

Tous les quadrilatères sont affichés, on cherche ceux qui sont superposables et on garde un seul exemplaire de chaque quadrilatère.

Les élèves poursuivent leur recherche sur une feuille comportant de nombreuses petites grilles. S'ils pensent avoir trouvé un nouveau quadrilatère, ils le reproduisent en grand format, le découpent et vont l'afficher.

Lors de la deuxième séance, si aucun quadrilatère concave n'a été proposé, l'enseignante en dessine un et demande si il est possible de dessiner d'autres quadrilatères ayant un creux.

La répartition des quadrilatères en familles n'est pas évoquée.

Prolongements pour le cycle 4

On peut chercher à s'assurer que la collection trouvée est complète en s'appuyant éventuellement sur une des répartitions en familles proposées pour le cycle 3.