Les problèmes de la vie courante, une bonne idée ?

Cet article a été rédigé peu après la publication des programmes de 2008.

Ces programmes fixaient la résolution de vie courante comme objectif dès le CP. Ils insistaient à trois reprises au moins sur leur importance en cycle 3. On y lisait par exemple : « La résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maitrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le gout du raisonnement ».

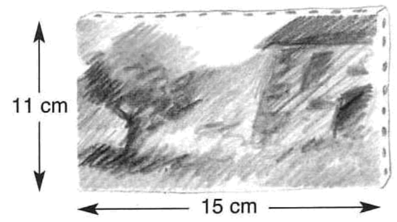
Au fil des ans, l'importance accordée à la résolution de problèmes de vie courante a pu évoluer dans les différentes versions des programmes, mais s'appuyer sur les problèmes de vie courante semble relever d'un solide bon sens : puisqu'on cherche à rendre les élèves capables de résoudre les problèmes relevant des nombres qu'ils rencontreront dans leur vie, autant traiter ces problèmes à l'école.

Une difficulté sérieuse se présente cependant quand on cherche à poser à l'école de vrais problèmes de la vie courante : ce sont rarement des problèmes simples.

Prenons le temps d'étudier quelques exemples tirés de manuels dont nous tairons les noms.

Papa achète une baguette de bois afin de fabriquer un cadre pour une aquarelle. Celle-ci a la forme d'un rectangle de 47 cm de longueur et 32 cm de largeur. Quelle longueur de baguette papa doit-il prévoir ?

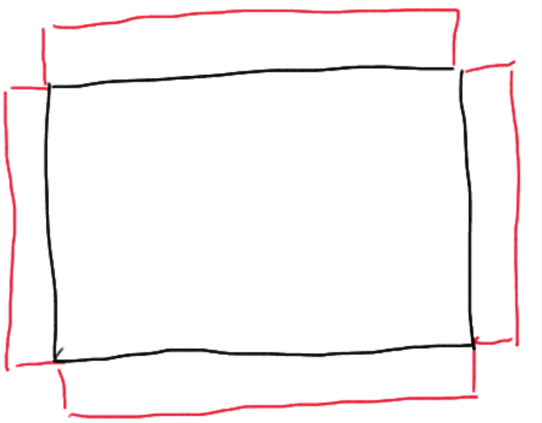
4 Quelle longueur de baguette de bois faut-il pour encadrer ce tableau ?



Il est probable que la réponse attendue est dans les deux cas le périmètre du rectangle.

Nous ne confierions pas aux auteurs de ces manuels la réalisation d'un cadre.

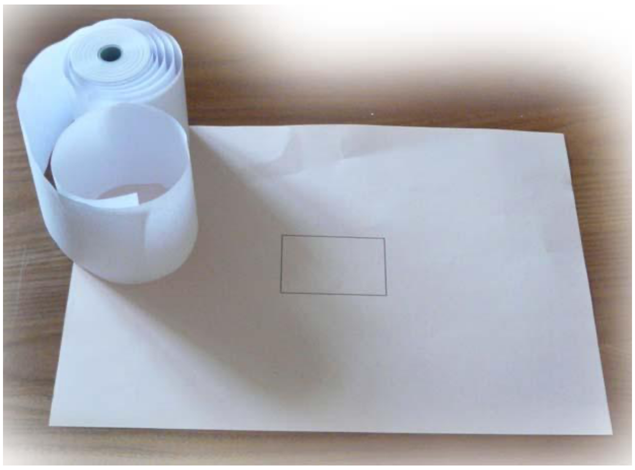
En effet, voici le genre de cadre que l'on peut réaliser si l'on dispose d'une baguette dont la longueur est égale au périmètre du rectangle.



Nous vous encourageons vivement à chercher une réponse à ce problème cohérente avec la situation décrite (il faut pouvoir réaliser un cadre qui ressemble à un cadre) avant de lire notre solution à la fin de ce document.

Voici une façon possible de traiter sérieusement ce problème en classe :

Chaque élève ou chaque groupe qui cherche le problème dispose d'une feuille de papier de couleur sur laquelle est tracé un rectangle (de 6 cm sur 4 cm sur notre photo).



La classe dispose de quelques rouleaux de papier blanc (par exemple du papier destiné aux calculatrices à imprimante).

La consigne est alors la suivante :

— Vous devez réaliser avec ce papier un cadre autour du rectangle (c'est-à-dire que le rectangle doit être entièrement entouré de papier blanc, sans que le papier blanc déborde sur le rectangle).

— Pour cela, vous allez commander la longueur de bande de papier que vous voudrez. Vous devez commander exactement le papier dont vous avez besoin.

— Pour réussir, il faudra coller le cadre autour du rectangle (sans superposition) et qu'il ne reste pas de papier inutilisé.

On peut laisser implicite le fait que la largeur de la bande doit être la largeur du cadre... c'est l'interprétation la plus fréquente.

Cette situation n'empêchera pas que certains élèves ou groupes d'élèves commandent une longueur égale au périmètre.

En fabriquant le cadre avec la bande commandée, ils constateront que leur cadre est bizarre.

Il faudra certainement un peu de temps pour prendre conscience que la longueur de papier nécessaire dépend de la largeur du rouleau.

Le maitre peut évidemment choisir de fournir cette largeur, mais comme son importance n'est pas évidente d'emblée il nous semble préférable d'attendre que la question soit posée par des élèves.

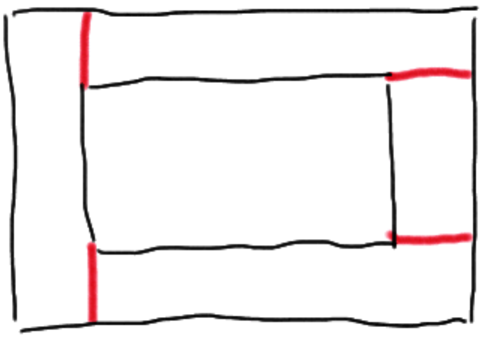
Un premier niveau de solution satisfaisante est représenté par deux réalisations ci- contre.

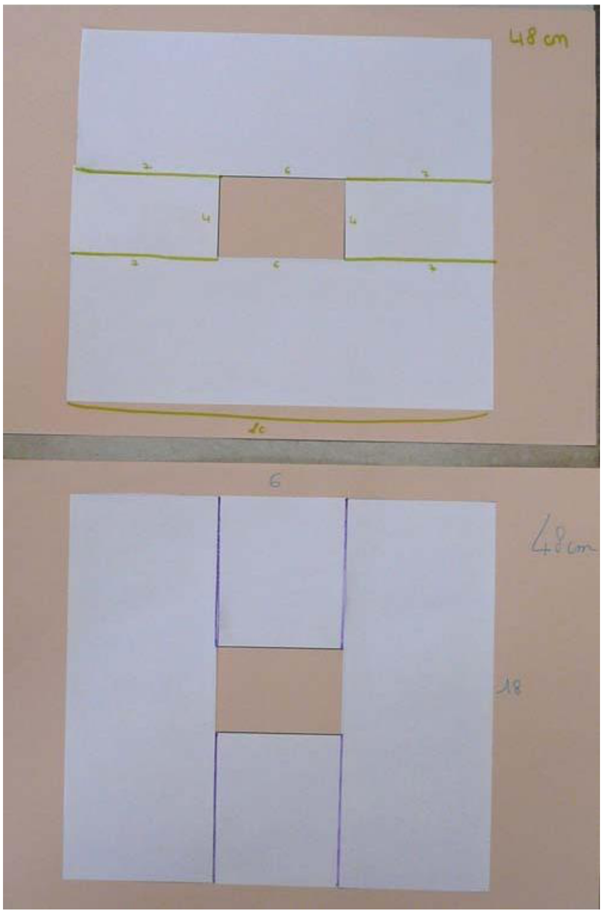
Le maitre peut s'en tenir là.

Il peut aussi relancer le problème en signalant que ces deux solutions utilisent une même longueur de bande alors que la disposition est différente :

— En serait-il de même si on utilisait un autre rectangle ou une autre bande ?

— Peut-on économiser de la bande en combinant assemblages horizontaux et verticaux, par exemple comme ça ?





Ces questions sont très intéressantes, mais les réponses n’ont rien d’évident.

Cette façon de poser le problème demande une certaine préparation matérielle et un peu de réflexion préalable. C’est le cas pour beaucoup de problèmes de la vie courante : il ne suffit pas pour les poser en classe d’écrire un petit texte décrivant la situation et une question. Si l’on ne prend pas de précautions, on risque fort de proposer aux élèves des absurdités.

Proposer le problème de l’encadrement en acceptant comme réponse le périmètre du rectangle conduit au paradoxe suivant : les élèves qui se soucient du sens de ce qu'ils font et comprennent la situation sont précisément ceux qui ne trouveront pas la réponse attendue.

Si cela se produit souvent, on installe chez les élèves l'idée qu’en mathématiques il est normal de faire des calculs n'ayant aucun sens.

9. Une caissière a 105 pièces de monnaie. Combien de rouleaux peut-elle faire, sachant qu’elle met 10 pièces par rouleau ? Lui restera-t-il des pièces ?

La réponse attendue est probablement que la caissière peut faire dix rouleaux et qu'il restera 5 pièces.

C'est parfaitement vrai si toutes les pièces sont identiques, mais que se passe-t-il par exemple si les 15 pièces restantes après avoir fait 9 rouleaux sont celles-ci ?

Comme pour le problème des cadres, la réponse attendue par le manuel ne peut pas satisfaire un élève qui se demande si le calcul effectué répond vraiment au problème, et l'image des mathématiques qui en découle est désastreuse.

Un traitement sérieux du problème pourrait consister à prendre quelques exemples : on demande aux élèves d'inventer un échantillon de 105 pièces de monnaie :

13 pièces de 2 € ; 18 pièces de 1 € ; 4 pièces de 50 centimes ; 23 pièces de 20 centimes ; 20 pièces de 10 centimes ; 10 pièces de 5 centimes ; 5 pièces de 2 centimes ; 12 pièces de 1 centime

On constate alors qu'il est possible de faire 8 rouleaux (un avec des pièces de 2 €...)

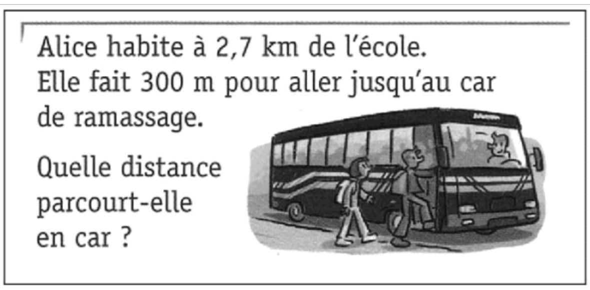
Y a-t-il des cas où on peut faire 9 rouleaux ? Des cas où on ne peut en faire que 7 ?

Le problème est intéressant... mais pas simple.

Et encore n'avons-nous soulevé qu'une incohérence : un même rouleau ne peut pas contenir des pièces différentes.

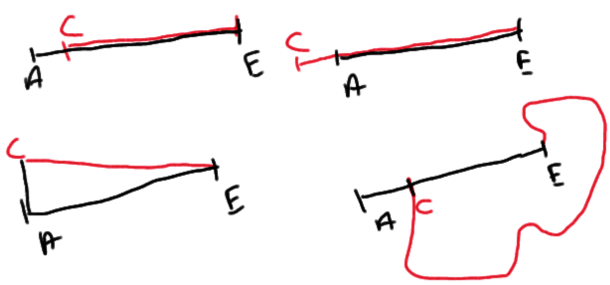
Si on veut vraiment que le problème reflète la pratique commerciale, il faut se renseigner sur le nombre de pièces que comportent les rouleaux normalisés.

Ils regroupent plus de 10 pièces, le nombre de pièces par rouleau n'étant pas le même pour chaque valeur... ce qui rend les choses plus difficiles.


Alice habite à 2,7 km de l'école.
Elle fait 300 m pour aller jusqu'au car de ramassage.
Quelle distance parcourt-elle en car ?

La réponse attendue est 2,4 km, mais tout enfant utilisant le ramassage scolaire sait bien que celui-ci ne prend pas toujours le plus court chemin pour aller d'un point à un autre.

Tous les plans ci-dessous peuvent être envisagés et en inventer d'autres qui soient cohérents est une tâche intéressante pour les élèves.



Sur chaque schéma, E représente l'école, A le domicile d'Alice et C le point où Alice prend le car. Le trajet effectué en car est en rouge.

Si on encourage la recherche de dispositions variées : on constatera rapidement qu'il n'y a pas de limite mathématique maximum à la distance parcourue en car : il ne serait certes pas très raisonnable que cette distance soit de 50 km, mais les mathématiques ne l'interdisent pas.

En revanche si la distance parcourue en car était inférieure à 2,4 km, par exemple de 2 km, en parcourant les 300 m qu'Alice fait à pied puis les 2 km du trajet en car on irait de chez Alice à l'école en parcourant 2,3 km ce qui est incohérent avec le fait qu'Alice habite à 2,7 km de l'école.

En effet (et c'est là un apprentissage important) dire qu'Alice habite à 2,7 km de l'école signifie que 2,7 km est la plus courte distance pour aller de chez Alice à l'école.

La seule conclusion mathématique qu'on puisse tirer est donc qu'Alice parcourt AU MOINS 2,4 km en car, ce qui n'est pas du tout la même chose que d'affirmer qu'elle parcourt 2,4 km.

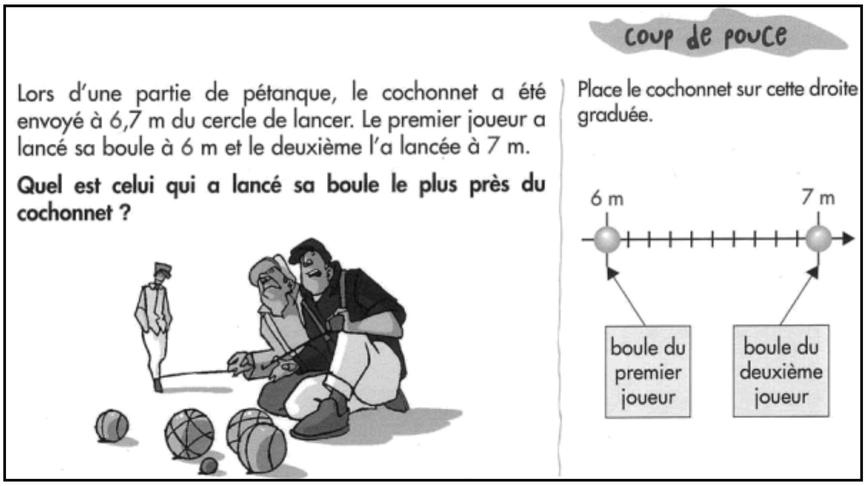
Une fois de plus, prendre au sérieux la réponse attendue discrédite l'activité mathématique.

Les situations de la vie courante étant souvent difficiles, elles demandent du temps si on les prend au sérieux. Cela implique qu'on ne peut pas utiliser quotidiennement les problèmes de vie quotidienne... et incite à étudier avec attention les situations prétendument de vie courante proposées par les manuels.

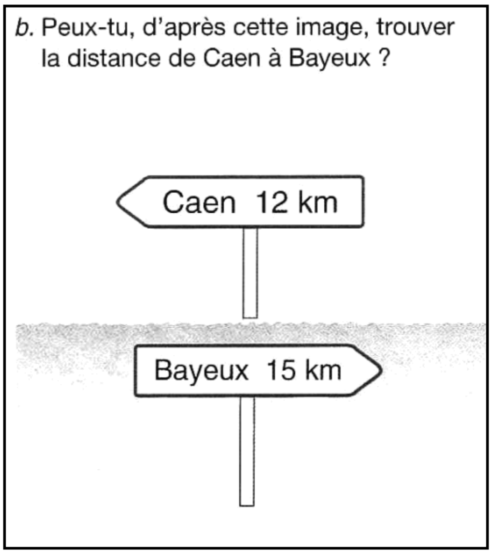
Malheureusement, les manuels regorgent de problèmes de ce genre (du moins en regorgeaient-ils aux environs de 2010 quand la première version de ce texte a été rédigée). Je n'ai pas refait un travail de compilation pour savoir si, 10 ans plus tard, les choses se sont améliorées.

À l'époque, les séries de manuels « Cap maths » « J'apprends les maths » et « Euro-maths » étaient les seules à ne pas proposer de problème absurde. Espérons que les auteurs des manuels parus depuis lors ont été vigilents sur ce point.

Pour confirmer que les problèmes ci-dessus ne sont pas des exceptions, et éventuellement pour rire un peu (jaune), la suite de se document contient un florilège de problèmes tous issus de manuels de mathématiques pour le cycle 3.



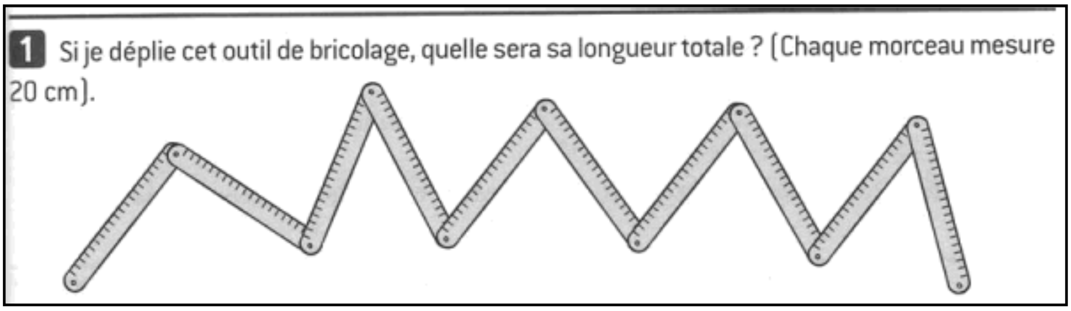
Comme chacun sait, si on lance un cochonnet et deux boules, les trois objets sont toujours placés sur une même droite passant par les pieds du lançeur.



À nouveau un problème d'alignement.

Il se peut que la distance de Caen à Bayeux soit de 27 km, mais ces panneaux permettent seulement de conclure qu'on parcourt 27 km pour aller de Caen à Bayeux en passant par le lieu dessiné...peut-être existe-t-il un trajet plus court.

On peut aussi remarquer que si les deux panneaux de l'illustration sont de part et d'autre de la route, le panneau indiquant Bayeux ne peut pas être lu par les automobilistes : ils en voient le dos.



Les morceaux se chevauchent, la longueur totale n'est donc pas la somme des longueurs des morceaux.

7 Une fleuriste dispose de 10 œillets, 15 tulipes et 20 roses.
Quel est le plus grand nombre de bouquets identiques qu'elle peut faire ?
Combien y aura-t-il de fleurs par bouquet ?
Quelle sera la composition d'un bouquet ?

Le plus grand nombre de bouquets identiques que peut faire cette fleuriste est 20 (bouquets d'une seule rose).

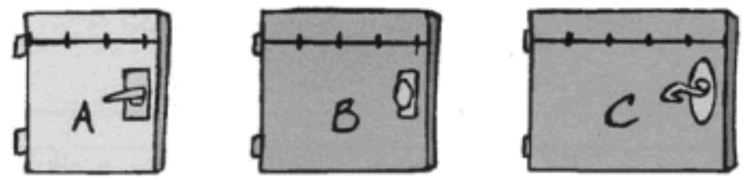
Si on considère qu'un bouquet doit contenir au moins deux fleurs, c'est 15 (bouquets contenant une rose et une tulipe).

Si on ajoute comme contrainte que toutes les fleurs doivent être utilisée, ce qui n'est pas indiqué mais est probablement attendu, la question est totalement absurde.

Une fleuriste qui s'imposerait une telle contrainte devrait refaire complètement ses bouquets à chaque fois qu'une fleur fane.

Avec 10 oeillets 15 tulipes et 19 roses, elle ne pourrait faire qu'un seul bouquet !

M. Labricole doit acheter une porte d'une largeur de 83 cm. Dans le magasin, il se rend compte qu'il a oublié son mètre. Il utilise l'empan de sa main qui mesure 20 cm.



Quelle porte M. Labricole doit-il acheter ?
Estime la largeur des deux autres portes.

L'empan est la longueur qui sépare le pouce du petit doigt, main étendue.

– 1 empan = 20 cm
– 2 empans = 40 cm
Sur chaque porte, la distance qui sépare 2 graduations est de 20 cm.

Si monsieur Labricole sait de source sûre qu'une des trois portes mesure exactement 83 cm de large, il peut éliminer les portes A et C.

Dans le cas contraire, il risque fort d'acheter une porte mesurant quelques centimètres de plus ou de moins que ce dont il a besoin.

5. Une grand-mère a 5 petits-enfants.
Elle souhaite leur donner la même somme d'argent pour Noël.
Combien doit-elle aller chercher à la banque ?

57 €	58 €
59 €	60 €

Pose la division correspondante.

Chacun sait que les Euros sont indivisibles, les centimes n'ayant pas été inventés.

Par ailleurs, la somme que donne la grand-mère est-elle celle qu'elle retire à la banque ?

4. Dans le TGV Marseille-Paris,
1 775 passagers montent à Marseille et 1 340 à Valence.
1 985 descendent à Lyon.
Calcule
– le nombre total de voyageurs qui prennent le TGV,
– le nombre de voyageurs qui descendent à Paris.
Vérifie tes résultats à l'aide de ta calculette.

Aucune rame TGV existante ne peut accueillir autant de voyageurs.

Par ailleurs, si la SNCF laisse descendre 1985 passagers à Lyon sans accepter que d'autres personnes montent pour occuper les places vacantes, elle ne risque pas de faire des bénéfices.

4. La coupe du monde de football a lieu tous les 4 ans.
La 16e coupe a eu lieu en 1998.
En quelle année aura lieu la 18e coupe du monde ?
En quelle année a eu lieu la première ?

On s'éloigne certes un peu des problèmes de vie courante... mais la première coupe du monde de foot a eu lieu en 1930, et non en 1938 comme le calcul l'indique.

Personne n'a poussé le mauvais goût jusqu'à organiser une coupe du monde de football en pleine guerre mondiale ce qui explique une partie du décalage.

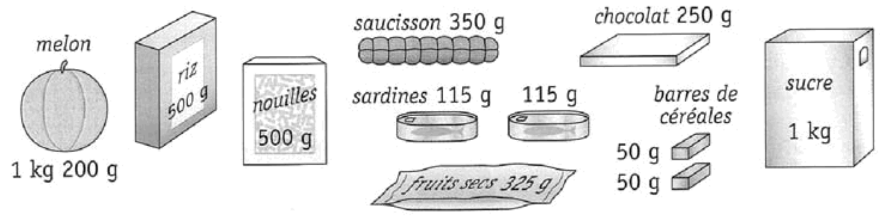
L'existence historique d'un évènement ne se détermine pas par le calcul.

a) Lis l'énoncé.

Au supermarché pendant une animation, on peut gagner un filet à provisions garni. L'animateur demande aux clients de soupeser le filet. Celui qui propose la masse la plus proche de la masse exacte gagne le filet garni.

M. Legrand soupèse et dit « 5 kg 500 g », M. Martin dit « 4 kg 500 g » et M^{me} Dubois propose « 5 kg 200 g ».

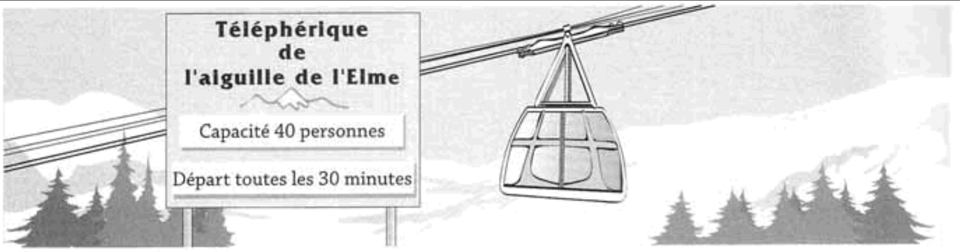
b) Voici tout ce qu'il y a dans le filet garni. **Calcule** la masse totale du filet garni.



c) Qui va gagner le filet garni ? **Explique.**

Les masses indiquées sur les emballages ne tiennent pas compte de l'emballage. En revanche, la masse du filet et celle des différents emballages sont comprises dans la pesée.

Il se peut que ça ne change pas le gagnant du jeu cependant la masse calculée ne correspond pas à la masse mesurée.



Trois cars contenant chacun 60 passagers arrivent en même temps.
Combien de temps devront patienter les personnes qui prendront le téléphérique en dernier.

La réponse attendue n'est correcte que si les passagers des cars sont les seuls à utiliser le téléphérique.

Il faut aussi que le premier départ ait lieu à l'instant même de l'arrivée des cars, ce qui est tout à fait impossible.

9. Une cantine scolaire commande 5 000 yaourts. À la livraison, il en manque 1 348. Combien de yaourts ont été livrés ?

Une cantine scolaire de 500 rationnaires qui sert un yaourt à chaque rationnaire à chacun des quatre repas servis dans la semaine commande donc ses yaourts pour deux semaines et demie.

De plus, comment savoir qu'il manque 1348 yaourts sans compter d'abord ceux qui sont livrés ?

Un automobiliste fait vidanger sa voiture.
Le compteur kilométrique indique 42 807 km. Le garagiste lui conseille de faire des vidanges tous les 6 000 km.
Combien marquera son compteur kilométrique à la prochaine vidange ?

Si le compteur affiche 48 807 sur l'autoroute, que devra faire l'automobiliste ?

En revanche, si le compteur indique 48 804 km à proximité du garage, la solution est simple : il suffit que l'automobiliste fasse le tour du pâté de maisons jusqu'à atteindre le nombre fatidique.

Pour son circuit de train électrique, Alexis a utilisé 11 rails mesurant chacun 14 cm de long, 9 rails mesurant chacun 15 cm et 19 rails mesurant chacun 12 cm.

Quelle est la longueur totale du circuit ?

Outre que la longueur d'un circuit n'est pas si facile à déterminer (si on mesure sur le rail intérieur on ne trouve pas la même chose que sur le rail extérieur), il n'est pas certain que la longueur soit la somme des longueurs des éléments (il y a généralement des emboitements).

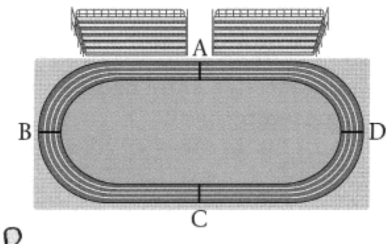
Il n'est pas certain qu'il soit possible de réaliser un circuit fermé avec les pièces indiquées dont on ne sait même pas si certaines sont courbes (ce qui est assez pratique pour réaliser un circuit).

La piste de ce stade mesure 400 m. Les arrivées sont toujours jugées sur la ligne A.

a. D'où partent les coureurs qui courent 100 m ? 200 m ?

b. D'autres courent le 1 000 m.
Combien de tours complets vont-ils parcourir ?
De quelle ligne partent-ils ?

c. Enfin, d'autres coureurs doivent parcourir 5 000 m.
Combien de tours complets vont-ils parcourir ?
De quelle ligne partent-ils ?



Les arrivées des courses d'athlétisme sont jugées à l'extrémité de la ligne droite et non au milieu.

Tout enfant ayant regardé un jour à la télévision une compétition d'athlétisme a remarqué que les coureurs de 200 m partent décalés. Si les coureurs partaient de la ligne C pour arriver à la ligne A, ceux qui courent à l'extérieur auraient une distance plus longue à parcourir.

Dans l'école de Mathilde, le coût de l'éclairage de chaque salle de classe s'élève à 0,95 € par heure. Les salles sont éclairées, en moyenne, 3 heures par jour, 5 jours par semaine et 36 semaines par année scolaire. La facture électrique annuelle de l'école, s'élève à 4 497 €, dont 393 € pour l'éclairage des parties communes (sanitaires, couloirs…).

a) **Quel est le coût de l'électricité pour toutes les classes ?**

b) **En admettant que la consommation est la même dans chaque classe, quel est le coût total moyen, de l'éclairage d'une classe par année scolaire ?**

c) **Combien y a-t-il de classes dans l'école de Mathilde ? (Utilise ta calculatrice.)**

Le prix du kilowatt-heure d'électricité était en 2010 inférieur à 10 centimes d'Euro.

Si le coût de l'éclairage d'une classe pendant une heure est d'environ un Euro, l'éclairage de cette classe consomme donc environ 10 000 W soit 100 ampoules à incandescence de 100 W, ou environ 150 rampes fluorescentes de 60 w... les classes sont bien éclairées.

8. Justine doit lire trois livres pendant les vacances de Noël.
Le premier livre a 327 pages,
le deuxième 184 pages
et le troisième 290 pages.
Elle décide de lire le même nombre de pages chaque jour pendant 13 jours
Combien de pages lira-t-elle chaque jour ?
Combien de pages lui restera-t-il à lire le 14^{e} jour ?

Ce problème montre une conception assez particulière de la lecture (et de la division euclidienne).

On ne voit pas pourquoi le nombre de pages lues chacun des 13 premiers jours serait le quotient de la division euclidienne.

Pourquoi 13 fois 61 pages et 8 pour finir et pas 13 fois 60 pages puis 21 ou même 13 fois 50 pages puis 151 ?

Une histoire de cadre

un traitement sérieux du problème évoqué en début de document.

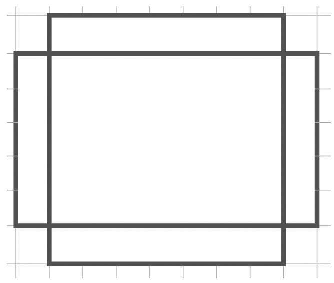
.

> Papa achète une baguette de bois afin de fabriquer un cadre pour une aquarelle. Celle-ci a la forme d'un rectangle de 47 cm de longueur et 32 cm de largeur. Quelle longueur de baguette papa doit-il prévoir ?

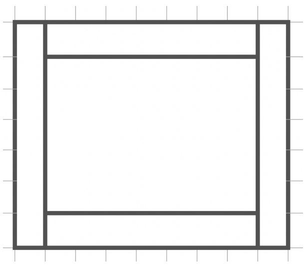
Il est probable que la réponse attendue par les auteurs du manuel est que la longueur de baguette à prévoir est égale au périmètre du tableau, c'est-à-dire 47 + 32 + 47 + 32 = 158 cm.

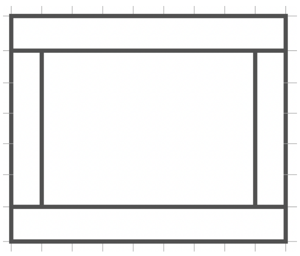
Le problème étant posé dans des termes de la vie courante (on ne s'est pas contenté de demander en termes mathématiques quel est le périmètre du rectangle), il paraît naturel de se demander si la réponse attendue est raisonnable dans la vie courante.

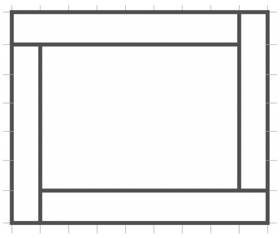
Si on découpe les baguettes conformément à la réponse attendue, on obtient la disposition ci-contre, qui n'est pas un cadre très satisfaisant :



Si on veut obtenir un cadre complet, on peut songer aux dispositions suivantes :

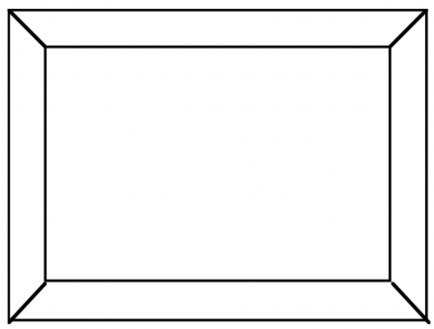






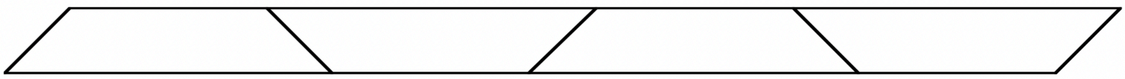
On s'aperçoit alors que la longueur de baguette est égale pour chacune de ces dispositions, mais que pour la calculer il est nécessaire de connaitre la largeur de la baguette, ce qui n'était nullement évident à priori (si on appelle P le périmètre du tableau et b la largeur de la baguette, la longueur de baguette nécessaire pour chacune de ces dispositions est P + 4 b).

Si on dispose de plus de quelques références en matière d'encadrement, on ne jugera probablement pas ces dispositions satisfaisantes, et on préfèrera un cadre tel que celui-ci :



La somme des longueurs des baguettes utilisées est alors égale à P + 8b...mais la longueur de baguette nécessaire n'est pas forcément égale à la somme des longueurs des baguettes.

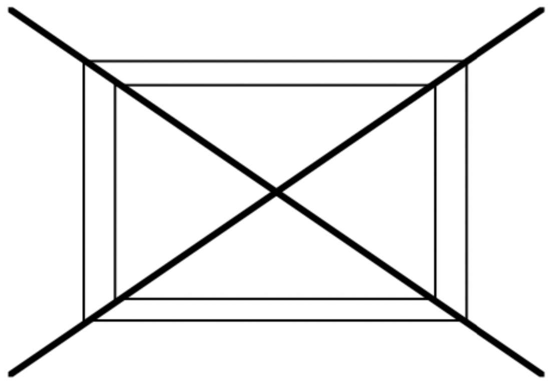
La figure ci-dessous montre le découpage de 4 morceaux de 5 cm de long dans une baguette dont la largeur est 1 cm et la longueur 17 cm.



La longueur économisée en utilisant une telle disposition dépend de la largeur de la baguette.

Cependant, utiliser une telle disposition n'est pas forcément possible. Si la baguette n'est pas symétrique, ce qui est généralement le cas des baguettes à moulure utilisées pour encadrer les tableaux, c'est impossible. Généralement, la partie extérieure est plus épaisse.

Pour des raisons esthétiques, on pourrait ne pas apprécier les découpes de baguettes à 45° et préférer des assemblages qui suivent les diagonales du tableau comme sur l'illustration de droite.



Il en résulterait le (léger) inconvénient suivant : les baguettes horizontales et les baguettes verticales n'auraient pas la même largeur ce qui explique probablement que cette technique d'encadrement ne soit pas utilisée.

On ne doit pas oublier qu'une scie à bois n'est pas une paire de ciseaux, elle ne sépare pas la matière en deux, mais enlève une partie de la matière. Si on veut être précis, il faut donc tenir compte de la voie de la scie (la largeur du trait de coupe). Sans oublier évidemment que si la découpe n'est pas perpendiculaire à la longueur de la baguette, on perd une longueur de baguette supérieure à la voie.

On ne souhaite généralement pas que le cadre cache le tableau, mais il n'est pas exclu qu'il déborde de quelques millimètres sur celui-ci. Quelle influence cela a-t-il sur la longueur de baguette nécessaire ?

Bien entendu, dans la réalité les baguettes de bois se vendent généralement prédécoupées, le raisonnement sera en pratique du genre : le périmètre du tableau est de 158 cm, même avec les chutes une longueur de 2 mètres devrait suffire. Ce qui peut être exact ...selon la largeur et le profil des baguettes.

Une réponse encore plus pragmatique consiste à acheter deux baguettes par précaution, surtout si le magasin reprend les matériaux non utilisés.

À moins qu'on ne dispose de restes de baguettes et que la question devienne : avec une baguette de 162 cm et une autre de 87 cm, puis-je encadrer mon tableau ?

Sans doute n'est-il pas nécessaire d'aller plus loin pour se convaincre que les problèmes de vie courante ne sont pas toujours des problèmes simples.