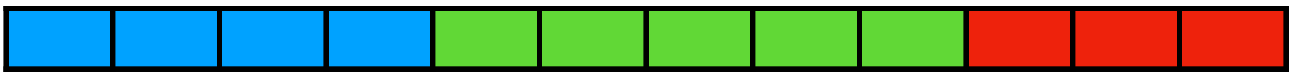
Le schéma en barres comme aide à la résolution de problèmes : pourquoi pas, mais pas au CP.

Le schéma en barres semble être la nouvelle panacée en matière de résolution de problèmes (cet article est écrit en septembre 2021).
Ces schémas peuvent être utiles en fin de cycle 2 et en cycle 3, voire au-delà.
En voici un exemple :

Dans ma collection de billes, 1/3 des billes sont bleues, 1/4 des billes sont rouges, les autres sont vertes. J'ai 35 billes vertes, combien ai-je de billes en tout ?

Représentons les ensembles de billes par des rectangles.
Comme il est question du tiers puis du quart de l'ensemble des billes, donnons au rectangle qui représente l'ensemble des billes une longueur divisible par 3 et par 4.
Par exemple 12 carreaux.
Les différentes catégories de billes sont alors représentées par le schéma suivant :



5 carreaux verts représentent 35 billes, un carreau représente donc 7 billes.
Toutes les billes sont représentées par 12 carreaux, il y en a donc 12 x 7, soit 84.

En revanche l'utilisation de schémas en barres en début de cycle 2 comme dans l'affichage suivant proposé par le fascicule « Pour enseigner les nombres le calcul et la résolution de problèmes au CP », publié en 2020, pose de nombreux problèmes.

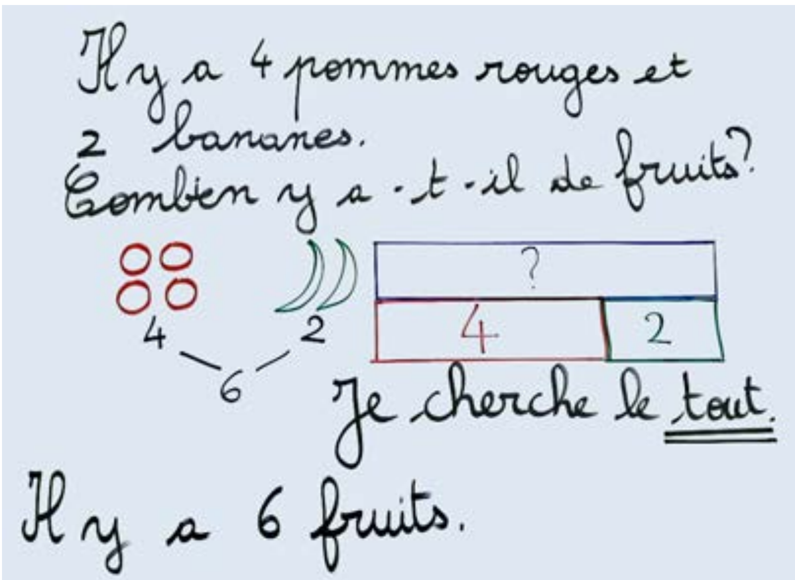


Figure 37. *Exemple de bilan de savoir constitué sous forme d'affiche de classe de début de CP.*

Principales difficultés introduites par le schéma en barres :

- Il repose sur la proportionnalité entre la longueur des bandes et les quantités représentées, mais la mesure de longueur n'est pas connue par les élèves en début de cycle 2, la proportionnalité encore moins.

- Il est supposé aider à choisir l'opération permettant de résoudre le problème... mais en début de cycle 2 un problème ne se résout pas en posant une opération : l'écriture symbolique d'une égalité comme 4 + 2 = 6 est une traduction à postériori, une façon de « raconter ce qu'on a fait ».

Que savent des élèves arrivant en CP à propos de la longueur ?
Ils savent comparer deux objets longs qu'on peut rapprocher, pour dire lequel des deux est le plus long (ou, le cas échéant, qu'ils ont la même longueur).
Dans le meilleur des cas, ils savent utiliser un objet intermédiaire pour effectuer la même comparaison entre deux objets qu'on ne peut pas rapprocher.
En revanche, ils n'ont à aucun moment abordé la mesure de longueur. Autrement dit, **l'idée de longueur n'a pour eux aucun aspect numérique.**
C'est au cycle 2 qu'ils vont apprendre à mesurer, à travers des étapes pouvant ressembler à :

- Ce trait est un peu plus long que 3 allumettes.

- Ce trait est long comme 7 cm (en mettant bout à bout des gabarits),

- Ce trait est long comme 7 cm (en les comptant sur une règle divisée en segments d'un centimètre chacun, sans indications numériques).

- Ce trait mesure 7 cm (en utilisant les repères 0 et 7 d'une règle graduée. Si le travail est bien conduit, les élèves doivent rester conscients, quand ils utilisent la règle graduée, que « mesure 7 cm » signifie la même chose que « est long comme 7 petits traits (appelés centimètres) mis bout à bout ».

Tant que ce travail n'est pas fait, une bande qui « représente » 5 pommes ou 10 billes est donc seulement une étiquette : elle rappelle qu'il y a 5 pommes ou 10 billes, ce qui n'a aucun rapport avec la taille de l'étiquette.

En CP, pour résoudre un problème, on ne commence pas par déterminer l'opération.

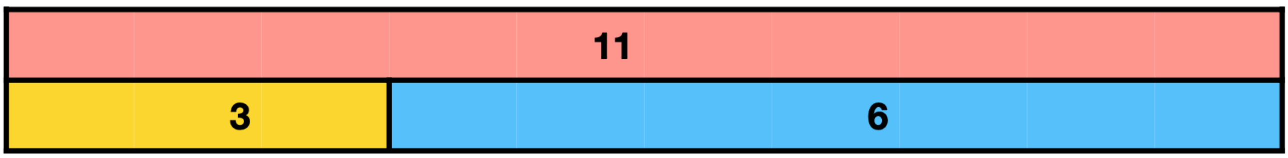
Imaginons (hypothèse à laquelle nous ne croyons pas un instant) que, à l'aide du schéma figurant sur l'affiche reproduite en première page, un élève ait trouvé que le nombre total de fruits est égal à 4 + 2... comment trouvera-t-il qu'il y en a 6 ?

Il n'y a, malgré quelques variantes, que deux possibilités fondamentales :

- Il retrouve ce résultat dans sa mémoire (ou un document suppléant la mémoire)

- Il compte les objets un à un (avec des variantes utilisant le surcomptage). Autrement dit, après avoir dessiné le schéma, l'avoir interprété correctement pour décider que le nombre cherché est la somme des deux autres, l'élève se trouve dans la même situation que s'il s'était posé dès le début la question suivante « quatre fruits et encore deux fruits, c'est combien de fruits ? ».
  Il est donc très probable que l'introduction précoce de schémas en barre comme sur l'affiche reproduite plus haut soit perçue par les élèves comme un rite à reproduire et non comme une aide.

Quelques difficultés supplémentaires liées à l'utilisation des schémas en barres
Dans le schéma présenté sur l'affiche, une grande bande est située au-dessus de la bande « 4 » et de la bande « 2 ». Le point d'interrogation écrit sur cette bande indique qu'elle représente ce qu'on cherche. Pourtant, si la bande « 4 » représente les pommes et la bande «2 » les bananes, tous les fruits sont déjà représentés sur le schéma, pourquoi donc faut-il en représenter d'autres ?
Dans le fascicule déjà cité, la note 40, page 81, précise : *Le respect d'une proportion relative entre la longueur des rectangles et des nombres correspondants ne peut être un exigible en cycle 2. Cependant quelques points d'évidence s'imposent : la grande quantité doit être représentée par un rectangle plus grand.*
Pourtant, qu'on le veuille ou non, représenter une quantité plus grande par un rectangle plus long ne suffit pas.
Le schéma qui suit respecte ce critère... pourtant, personne ne l'accepterait.



Un des aspects de la proportionnalité peut se traduire, dans le contexte des schémas en barres par « si on met bout à bout deux barres qui représentent les nombres a et b, la longueur totale représente le nombre a+b ». Ne pas respecter cette propriété provoque un malaise chez des adultes dans le schéma précédent.
Cette propriété est utilisée implicitement par des adultes ou des enfants plus âgés familiers avec les mesures de longueur, mais comment des élèves de début de CP, qui ignorent tout de la mesure de longueur, pourraient la mettre en œuvre.

D'autres remarques sur l'affiche nous servant d'exemple

- Le texte est long pour des élèves de **début de CP**. On peut craindre que l'interprétation du texte soit la difficulté principale, en particulier pour les lecteurs fragiles. C'est d'autant plus vrai que les informations fournies portent sur des pommes et des bananes et que la question porte sur des fruits. Il faut donc penser que ces fruits sont précisément les pommes et les bananes. Évident ? Pas si sûr.

- Les fruits sont tous dessinés or les élèves savent dénombrer de petites quantités en comptant les objets un à un. S'ils ont compris la question, ils ont la réponse en comptant sur le dessin. Dès lors, il est probable que tout le reste soit perçu comme un rituel mystérieux à accomplir pour satisfaire l'enseignant.

- Le mot « tout » est souligné... probablement pour faire référence à une catégorie de problèmes où l'on cherche le tout. Quel sens cela peut-il avoir en début de CP ?

Quelques pistes sur les problèmes que l'on pose :

En CP, ils devraient répondre aux critères suivants presque systématiquement :

- Ne pas s'appuyer sur un texte.

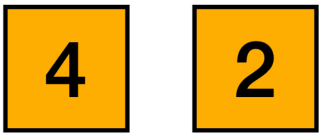
- Porter sur des objets qu'on ne voit pas et qu'on ne peut donc pas compter

- Porter sur des objets présents dans la classe, qu'on pourra montrer et compter un à un **après** avoir répondu à la question pour s'assurer que la réponse trouvée est vraie.

Voici un exemple de problème ayant le même contenu mathématique que le problème des fruits et répondant à ces critères :

On utilise des cartes à points recto verso.
Les élèves savent qu'au dos de chaque carte il y a le nombre de points indiqué.

—Je vais retourner ces cartes et nous compterons les points. Combien trouverons-nous de points ?



Quelques pistes sur les savoirs nécessaires.

Les savoirs à enseigner sont des savoirs mathématiques, principalement des connaissances sur les nombres, et non des « méthodes » de résolution de problème.

Un élève de CP résoudra aisément le problème ci-dessus s'il a retenu que 4 et encore 2 c'est la même chose que 6, il n'a aucun besoin pour cela de déterminer la catégorie du problème ou de savoir le représenter par un schéma en barres.

Avant de s'attaquer au problème ci-dessus, on laissera par exemple aux élèves un temps d'observation de trois ou quatre faits numériques affichés comme les deux exemples ci-dessous.

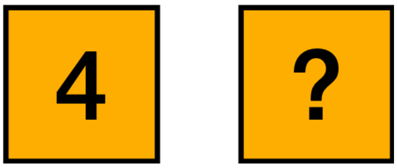
Ces affichages seront cachés au moment de poser les problèmes.

$6 = 4 + 2$ $5 = 3 + 2$

Résoudre le problème consiste pour l'essentiel à évoquer la connaissance « je sais que quatre et encore deux, c'est six », c'est pourquoi nous proposons un travail intensif sur la mémorisation de faits numériques comme celui-ci.

Remarquons que c'est le même savoir qui permet de résoudre le problème suivant :

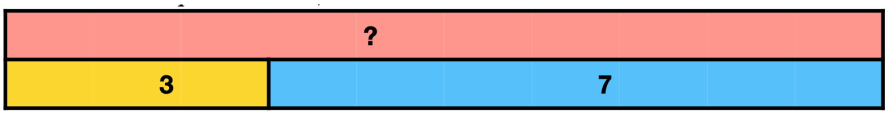
J’ai compté tous les points avant de placer les cartes au tableau. Il y en a 6.
Combien y a-t-il de points derrière la carte mystère ?



Des barres... mais pas tout à fait les mêmes

Voici un autre problème répondant aux critères énoncés plus haut.

On utilise des bandes dont le verso est quadrillé. Les carreaux de toutes les bandes sont identiques. Sur la face visible, le nombre de carreaux au verso est écrit (sauf si c’est ce nombre qu’on cherche).

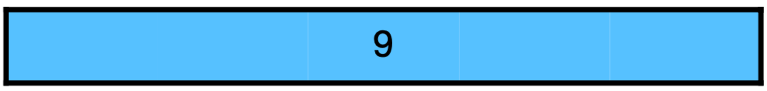


Cette utilisation des bandes ne comporte aucun implicite : si l’on retourne la bande « 7 », on peut constater que sa longueur est bien de 7 carreaux.
Quand on a déterminé la longueur de la bande inconnue, il suffit de la retourner pour savoir si la prévision est correcte.

Imaginons des élèves qui ont travaillé régulièrement en CP avec ce matériel (qui permet de poser des problèmes très variés).
En début de CE1, on leur propose le problème suivant :

L’enseignant montre une boite et dit : dans cette boite, il y a 23 billes, je les ai comptées. Il y a 9 billes bleues, les autres sont rouges. Combien y a-t-il de billes rouges dans la boite ?

L’enseignant peut représenter les 9 billes bleues par une bande sans aucun implicite en disant : « J’imagine que je cache les billes bleues derrière une bande quadrillée, une bille dans chaque case, il me faut cette bande ».



Pour poursuivre la construction d’un schéma, il est nécessaire de se poser des questions comme :

Où sont les billes rouges ? Sont elles déjà cachées derrière cette bande ?
Comment représenter toutes les billes de la boite ?

Répondre à ces questions met en évidence la structure mathématique du problème :

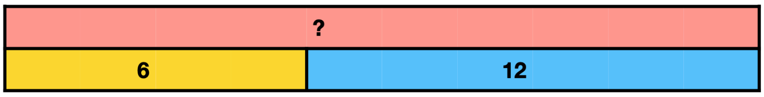
- les billes bleues sont **une partie** de toutes les billes,

- si l'on met ensemble les billes bleues et les rouges, on a toutes les billes de la boite...
  Les questions qu'on se pose pour préparer le schéma ont probablement plus d'importance que le schéma lui-même.
  Pour certains élèves, répondre à ces questions permet directement de résoudre le problème, sans passer par le schéma.
  Pour les autres le fait que chaque bille soit associée à une case d'une bande lève les ambigüités du schéma en barre : il n'est plus nécessaire d'avoir des connaissances préalables sur la mesure de longueur, ni des intuitions concernant la proportionnalité.
  Enfin, ce questionnement reste pertinent, quel que soit le problème :

> Voici 6 enveloppes contenant des images. Dans chaque enveloppe, il y a 12 images. À la fin du travail, j'ouvrirai les enveloppes et nous compterons les images. Combien d'images trouverons-nous ?

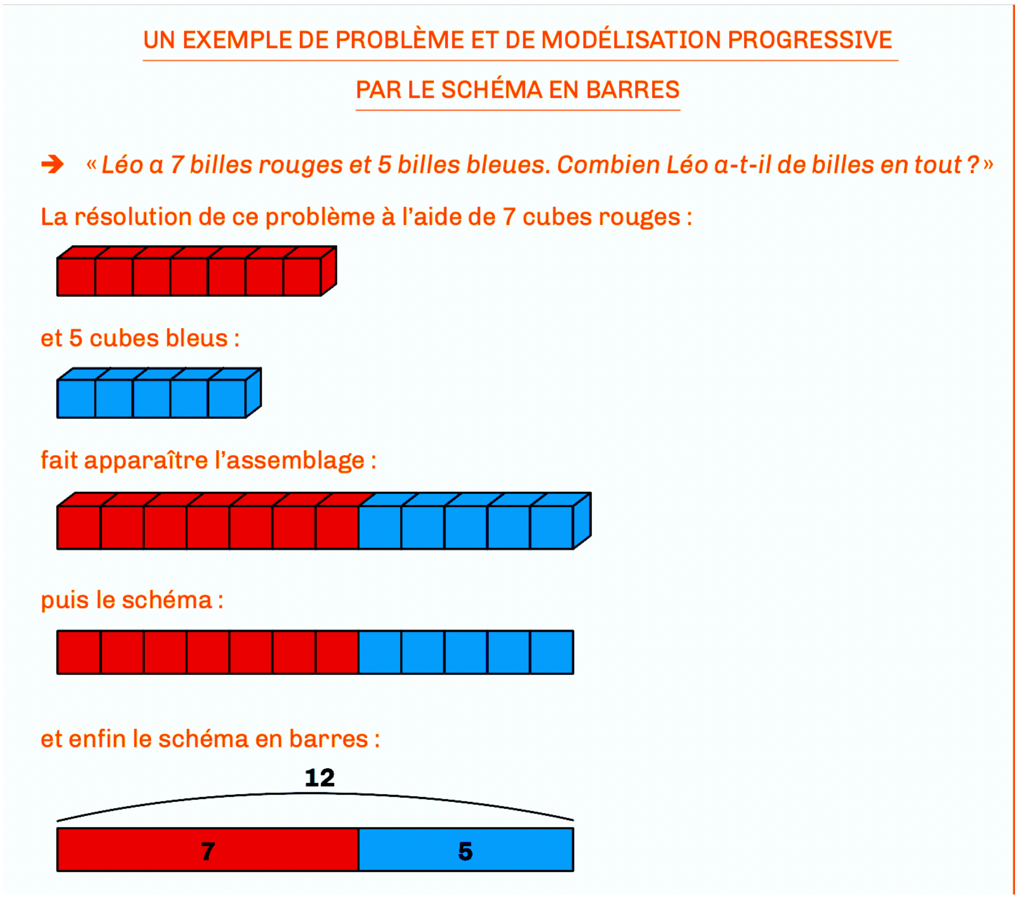
En cherchant à représenter le problème par un schéma en barres, on peut commencer par dessiner une barre « 6 » représentant les 6 enveloppes.
Se demander comment représenter les 12 images peut aider à prendre conscience qu'il n'y a pas lieu de dessiner une autre bande : si une case représente une enveloppe, elle ne représente pas une image.
Il faut alors s'adapter, par exemple en recommençant et en dessinant une barre « 12 » représentant 12 images. Où sont alors les enveloppes ? On vient d'en dessiner une. Que faire pour les autres ?
Si le schéma en barres est utilisé de façon systématique pour résoudre les problèmes additifs, on peut craindre que le questionnement ci-dessus soit escamoté au profit d'une règle-élève simple : il faut dessiner un schéma avec le grand nombre en haut et les deux petits nombres en bas.

Comme le nombre d’images est manifestement supérieur à 12, cette règle-élève conduirait à représenter le problème comme ci-dessous… ce qui serait fâcheux.



L’utilisation de bandes quadrillées recto verso possède un autre avantage : les élèves sont d’emblée dans une situation où on ne peut pas compter les objets un à un.

Au contraire, dans le fascicule cité plus haut, on préconise (p94) une approche progressive qui nous semble illusoire :



Dans cette progression la plupart des étapes ne sont pas significatives : les enfants, en jouant, font facilement comme si « cette chaise était la maison ». Faire comme si un cube était une bille n’est guère plus difficile.
L’unique saut important dans le niveau d’abstraction se situe à la dernière étape, où les objets individuels disparaissent, le comptage devenant impossible.

En prodédant ainsi, on maintient longtemps les élèves dans les procédures de comptage que l’on souhaite leur faire abandonner.
Il n’est pas certain que ce soit un facteur de progrès.