# Blocs

## En bref

Trouver sur une grille de nombres le plus possible de blocs de nombres permettant d'écrire un calcul ayant une valeur donnée.

## Introduction du problème

L'enseignante affiche cette grille :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 8 | 12 | 5 | 13 | 8 | 16 | 8 |
| 7 | 9 | 5 | 9 | 13 | 6 | 13 | 9 |
| 12 | 7 | 10 | 10 | 15 | 9 | 10 | 13 |
| 16 | 15 | 6 | 15 | 15 | 7 | 16 | 15 |
| 12 | 14 | 14 | 11 | 15 | 14 | 10 | 10 |
| 9 | 16 | 12 | 7 | 9 | 9 | 5 | 10 |
| 12 | 12 | 14 | 6 | 10 | 14 | 6 | 12 |
| 8 | 5 | 16 | 8 | 8 | 7 | 7 | 15 |

Elle colorie le bloc vert et écrit au tableau $10 \times 10 = 100$

Elle colorie le bloc bleu et écrit $(14+6)\times 5 = 100$

Elle colorie le bloc orangé et écrit $(14 \times 6) + 16 = 100$

Elle colorie le bloc rouge et écrit $(14 + 11) \times (10 - 6) = 100$

Elle colorie le bloc gris et écrit $(16 - 6) \times [9 + (8 : 8)] = 100$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 8 | 12 | 5 | 13 | 8 | 16 | 8 |
| 7 | 9 | 5 | 9 | 13 | 6 | 13 | 9 |
| 12 | 7 | 10 | 10 | 15 | 9 | 10 | 13 |
| 16 | 15 | 6 | 15 | 15 | 7 | 16 | 15 |
| 12 | 14 | 14 | 11 | 15 | 14 | 10 | 10 |
| 9 | 16 | 12 | 7 | 9 | 9 | 5 | 10 |
| 12 | 12 | 14 | 6 | 10 | 14 | 6 | 12 |
| 8 | 5 | 16 | 8 | 8 | 7 | 7 | 15 |

Vous avez compris ce que je fais : je cherche des blocs de cases avec lesquels je peux écrire un calcul qui vaut 100.

Vous allez faire la même chose, le but est de placer dans la grille le plus possible de blocs qui valent 100.

Pour qu'on puisse vérifier les calculs, vous colorierez vos blocs et vous écrirez chaque calcul de la même couleur que son bloc. Ce n'est pas grave s'il y a deux ou trois blocs de la même couleur, mais s'il y en a 10 ce sera difficile de s'y retrouver.

Vous pouvez utiliser les blocs que j'ai mis en exemple, mais ce n'est pas forcément une bonne idée. . . à vous de voir.

L'enseignante invite les élèves à échanger de temps à autre leurs productions entre voisins de table. Ces échanges permettent de vérifier la justesse des calculs, mais aussi de donner à chacun des idées nouvelles.

## Éléments de relance

— Quelqu'un a-t-il réussi à placer plus de 30 blocs ? Plus de 25 . . .

Ayant ainsi déterminé la proposition qui comporte le plus de blocs, elle l'affiche et recopie au tableau les différents calculs. Ceux-ci sont vérifiés collectivement.

Souvent, certains élèves s'imposent parfois des contraintes qui ne figurent pas dans la règle et qui limitent leurs recherches. Par exemple ils n'envisagent pas d'effectuer une opération entre deux nombres qui ne se touchent pas. L'enseignante précise que c'est permis : les nombres du bloc peuvent être utilisés dans n'importe quel ordre.

L'enseignante explicite différentes pistes utilisées pour atteindre la cible (déjà présentes dans les exemples initiaux). Si la cible est 100 comme dans notre exemple, on peut par exemple chercher à l'atteindre :

— en multipliant 10 par 10

— en multipliant 20 par 5
— en multipliant 25 par 4

On peut aussi chercher à obtenir par une multiplication un nombre pas trop éloigné de 100 puis corrigé par une addition ou une multiplication, il est donc intéressant de disposer de décompositions multiplicatives de nombres assez proches de 100, comme $105 = 7\times15$ ou $96 = 8\times12$.

Quand il semble vraiment difficile de dépasser les propositions précédentes, elle propose une nouvelle grille ou une nouvelle cible. Il ne faut toutefois pas renoncer trop vite, la grille avec laquelle nous avons introduit le problème nous a par exemple permis de placer 14 blocs valant 100 en quelques minutes, et nous pensons qu'on peut probablement faire mieux.

Le classeur de recherche peut contenir plusieurs grilles différentes.

**Remarque : le cas particulier de la division**

La division euclidienne possède la particularité de fournir un résultat composé de deux nombres le quotient et le reste.

Dans la recherche de blocs, seules les divisions dont le reste est nul sont acceptées.

## Éléments de preuve

Pour une grille et une cible données, la preuve qu'une proposition est optimum semble très difficile (sauf cas très particulier et sans grand intérêt, par exemple celui ou chaque case de la grille contient 10 la cible étant 100). De plus, si on trouvait une telle preuve le travail serait entièrement à recommencer à chaque changement de grille ou de cible.

## Aménagements pour le cycle 2

Ce problème peut être posé assez tôt dans l'année de CP en cherchant des blocs dont la somme est donnée.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 4 | 8 | 5 | 3 | 4 | 8 |
| 4 | 1 | 7 | 8 | 1 | 8 | 7 | 5 |
| 5 | 4 | 8 | 3 | 6 | 2 | 2 | 5 |
| 5 | 3 | 4 | 8 | 7 | 3 | 7 | 2 |
| 5 | 8 | 2 | 4 | 6 | 7 | 3 | 4 |
| 7 | 5 | 4 | 2 | 6 | 5 | 7 | 3 |
| 3 | 7 | 4 | 4 | 8 | 8 | 5 | 4 |
| 1 | 2 | 8 | 7 | 5 | 1 | 7 | 2 |

Proposer une somme de 10 est évidemment intéressant, car cela contribue à la mémorisation des décompositions additives de 10 qui sont très utiles en calcul mental. Cependant, il serait dommage de ne proposer que 10, viser une somme de 9, 12, 15... présente également de l'intérêt.

Quand la multiplication et la soustraction sont disponibles en plus de l'addition, le problème de la présentation des calculs se pose.

Doit-on écrire sur une seule ligne :

$( 6 + 4 )\times( 6 - 1) = 100$

ou plutôt, sur plusieurs lignes successives :

$6 + 4 = 10$

$6 - 1 = 5$

$10 \times 5 = 50$

Il nous semble que l'écriture sur une seule ligne à l'aide de parenthèse peut être introduite tôt dans la scolarité. La convention selon laquelle quand il y a des parenthèses dans un calcul c'est comme si on écrivait le résultat du calcul à la place des parenthèses n'est pas très compliquée à comprendre.

## Prolongements pour le cycle 4

Pour donner l'occasion d'exercer la technique de multiplication (en calcul réfléchi et en calcul posé) on peut proposer des nombres cibles élevés, par exemple 1500 ou 2020.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 7 | 13 | 13 | 8 | 10 | 6 | 9 | 8 | 13 | 7 |
| 7 | 13 | 13 | 11 | 8 | 16 | 14 | 11 | 14 | 5 | 11 |
| 12 | 5 | 5 | 13 | 7 | 16 | 8 | 12 | 14 | 9 | 6 |
| 10 | 5 | 6 | 10 | 6 | 10 | 10 | 16 | 12 | 6 | 5 |
| 7 | 15 | 6 | 6 | 10 | 8 | 5 | 15 | 15 | 7 | 12 |
| 9 | 11 | 9 | 6 | 9 | 16 | 7 | 12 | 11 | 12 | 9 |
| 15 | 5 | 10 | 12 | 16 | 6 | 14 | 8 | 16 | 6 | 13 |
| 12 | 16 | 7 | 5 | 14 | 15 | 6 | 13 | 14 | 14 | 10 |
| 5 | 16 | 6 | 7 | 9 | 14 | 6 | 11 | 12 | 10 | 10 |
| 9 | 7 | 6 | 10 | 8 | 11 | 7 | 11 | 12 | 8 | 16 |

$(11 + 14 ) \times 5 \times 12 = 1500$

$\frac{10\times10\times10\times8\times6}{16+16} = 1500$

$5 \times ( 14 + 6 ) \times 15 = 1500$

$( 16\times 16 - 6 ) \times 6 = 1500$

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 7 | 13 | 13 | 8 | 10 | 6 | 9 | 8 | 13 | 7 |
| 7 | 13 | 13 | 11 | 8 | 16 | 14 | 11 | 14 | 5 | 11 |
| 12 | 5 | 5 | 13 | 7 | 16 | 8 | 12 | 14 | 9 | 6 |
| 10 | 5 | 6 | 10 | 6 | 10 | 10 | 16 | 12 | 6 | 5 |
| 7 | 15 | 6 | 6 | 10 | 8 | 5 | 15 | 15 | 7 | 12 |
| 9 | 11 | 9 | 6 | 9 | 16 | 7 | 12 | 11 | 12 | 9 |
| 15 | 5 | 10 | 12 | 16 | 6 | 14 | 8 | 16 | 6 | 13 |
| 12 | 16 | 7 | 5 | 14 | 15 | 6 | 13 | 14 | 14 | 10 |
| 5 | 16 | 6 | 7 | 9 | 14 | 6 | 11 | 12 | 10 | 10 |
| 9 | 7 | 6 | 10 | 8 | 11 | 7 | 11 | 12 | 8 | 16 |

$(14\times 14 + 6) \times (12 - 11 + 9) = 2020$

$(13 \times 13 + 10 + 11 + 12) \times (5 + 5) = 2020$

$16 \times 16 \times 8 - (14 + 6 + 8) = 2020$

$(12 \times (10 + 8) - 14) \times 10 = 2020$

Les façons d'atteindre le nombre cible sont généralement nombreuses, cependant si après un premier temps de recherche la cible semble vraiment difficile à obtenir l'enseignant peut accepter tout calcul dont le résultat est compris entre 1498 et 1502 ou entre 2015 et 2025.

On placera alors deux feuilles différentes dans le classeur de recherche : une avec la cible unique et une autre avec la cible élargie.

Dans les classes qui ont travaillé sur la décomposition d'entiers en facteurs premiers, il est intéressant de décomposer de façon systématique le nombre cible et ses voisins.

Savoir que $1495 = 23 \times 13 \times 5$ fournit une piste pour obtenir 1495, mais aussi pour obtenir 1500.

# Compléments

Le travail se faisant sur des grilles aléatoires et avec une cible choisie par l'enseignante, il n'est pas possible de fournir de solution. Néanmoins nous encourageons à ne pas se contenter de quelques blocs. Nous en avons par exemple trouvé 14 sur cette grille en quelques minutes et il est très probable qu'on puisse faire mieux.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 8 | 12 | 5 | 13 | 8 | 16 | 8 |
| 7 | 9 | 5 | 9 | 13 | 6 | 13 | 9 |
| 12 | 7 | 10 | 10 | 15 | 9 | 10 | 13 |
| 16 | 15 | 6 | 15 | 15 | 7 | 16 | 15 |
| 12 | 14 | 14 | 11 | 15 | 14 | 10 | 10 |
| 9 | 16 | 12 | 7 | 9 | 9 | 5 | 10 |
| 12 | 12 | 14 | 6 | 10 | 14 | 6 | 12 |
| 8 | 5 | 16 | 8 | 8 | 7 | 7 | 15 |

$(8+12)\times 5$

$(7\times 12)+16$

$[(9+5)\times 9]-(13+13)$

$(9\times 13)-16-(8:8)$

$(7\times 15)+6-(14:14)$

$(14\times 7)+(15:15)+(15:15)$

$(16+13-9)\times(15-10)$

$(12\times 9)-8$

$[(7+10-9)\times 12]+16-12$

$(5\times 16)+14+6$

$(8\times 8)+14+6+9+7$

$(15+7-12)\times 10$

Voici 15 blocs de 100 sur la même grille (cette fois nous ne détaillons pas les calculs)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 8 | 12 | 5 | 13 | 8 | 16 | 8 |
| 7 | 9 | 5 | 9 | 13 | 6 | 13 | 9 |
| 12 | 7 | 10 | 10 | 15 | 9 | 10 | 13 |
| 16 | 15 | 6 | 15 | 15 | 7 | 16 | 15 |
| 12 | 14 | 14 | 11 | 15 | 14 | 10 | 10 |
| 9 | 16 | 12 | 7 | 9 | 9 | 5 | 10 |
| 12 | 12 | 14 | 6 | 10 | 14 | 6 | 12 |
| 8 | 5 | 16 | 8 | 8 | 7 | 7 | 15 |

Peut-on en placer 16 ?