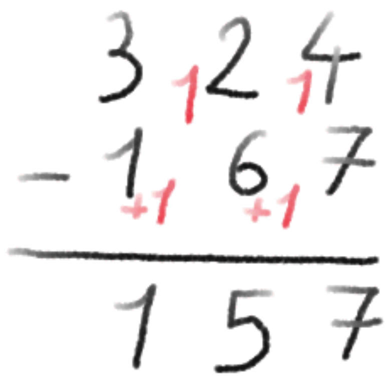
# Trois techniques de soustraction

La soustraction est une opération difficile à la fois du point de vue du sens et de celui de la technique.

Cette page ne traite pas de la construction du sens de la soustraction. Elle présente seulement trois techniques de soustraction posée parmi les plus classiques.

Nous insistons sur la difficulté majeure : la retenue.

## Première technique

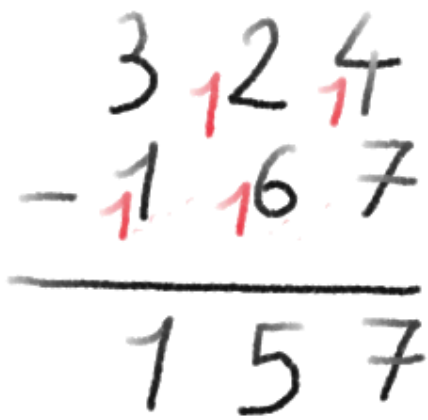


Le discours accompagnant le début du calcul ressemble à ceci :

— De 4 unités, je ne peux pas enlever 7 unités.

— J'ajoute donc 10 unités à 324 (sous la forme du « 1» placé devant le chiffre 4).

— Pour compenser, j'ajoute également 10 au nombre 167 (sous la forme « +1 » à côté du chiffre 6).



Voici une variante catastrophique de cette méthode :

Le 1 placé devant le 4 doit être interprété comme formant avec lui le nombre 14.

Le 1 placé devant le 6 doit être interprété comme un élément d'une somme : on doit lire 1 + 6 et non 16.

La confusion introduite par une même notation pour désigner deux choses différentes peut facilement être évitée en s'en tenant à la première version.

Cependant, même la première version est difficile à comprendre.

En effet, l'idée que la différence de deux nombres ne change pas si on ajoute la même quantité à chacun des deux nombres est loin d'être évidente.

Quand on demande à des adultes d'effectuer en calcul mental 1342 - 998, on rencontre très rarement la procédure suivante : 1342 - 998, c'est autant que 1344 - 1000 (on a ajouté 2 à chacun des nombres), c'est donc 344.

Cette procédure utilise pourtant la propriété mathématique qui fonde la technique de soustraction qu'emploient beaucoup d'adultes (parce qu'elle a longtemps été pratiquement la seule enseignée en France).

Il est normal qu'en automatisant une technique on oublie ce qui la justifie, mais le fait que peu d'adultes mobilisent cette propriété est un indice de sa difficulté.

C'est là le principal écueil de cette première méthode de soustraction. Il y a de grands risques qu'elle soit vue comme une boite noire : un truc qui fournit le résultat attendu sans qu'on sache pourquoi.

L'usage des boites noires n'est pas exclu. On peut parfois apprendre à faire quelque chose et ne comprendre que plus tard pourquoi on procède ainsi. Dans le domaine mathématique, il vaut tout de même mieux que les boites noires soient rares.

D'une part, on retient et utilise mieux ce qu'on comprend, d'autre part la compréhension des propriétés des nombres et des opérations est aussi importante que les techniques opératoires écrites :

L'exemple du calcul mental de 1342 - 998 montre l'efficacité de la propriété « quand on ajoute la même chose à deux nombres, ça ne change pas leur différence » en calcul réfléchi.

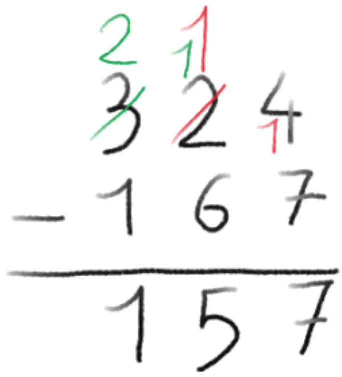
## Deuxième technique

— De 4 unités, je ne peux pas enlever 7 unités.

— Je me procure donc des unités en cassant une des deux dizaines de 324.

324 est maintenant décomposé en trois centaines une dizaine et quatorze unités.

À l'étape suivante, on procèdera de la même façon en cassant une des trois centaines afin de la transformer en dizaines.



Les connaissances utilisées portent sur l'écriture des nombres dans le système décimal et non sur les propriétés de la soustraction :

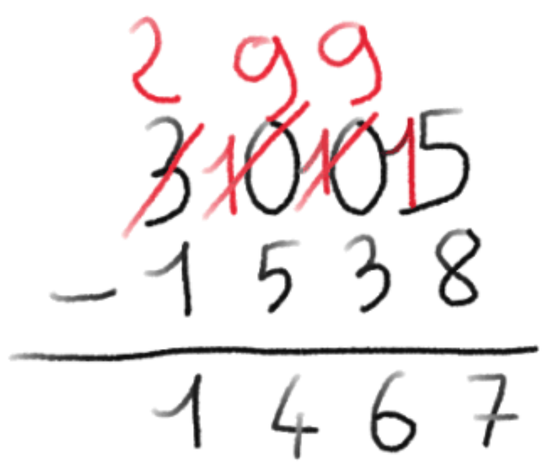
- Dans 324, il y a 3 centaines 2 dizaines et 4 unités.
- Une centaine c'est 10 dizaines (et une dizaine c'est 10 unités). *La connaissance entre parenthèses en est à peine une si on se débarrasse du jargon technique. Il est évident qu' un paquet de 10 objets contient 10 objets, il n'est pas évident qu' un paquet de 100 objets c'est autant que 10 paquets de 10.*

Cependant, cette méthode présente une difficulté d'organisation et d'écriture dès que le premier nombre de la soustraction comporte un ou plusieurs zéros aux rangs intermédiaires.

Imaginons un élève cherchant à poser 3005 - 1538 à l'aide de cette méthode.

— De 5 unités, je ne peux pas enlever 8 unités. Je me procure donc des unités en cassant une dizaine... mais il n'y a pas de dizaine !

— Je me procure donc des dizaines en cassant une centaine... mais il n'y a pas de centaine !



— Je casse un millier pour obtenir des centaines.

— J'obtiens 2 milliers et 10 centaines, je peux casser une centaine pour la transformer en dizaines.

— J'ai maintenant 9 centaines et 10 dizaines, je peux enfin casser une dizaine et la transformer en unités.

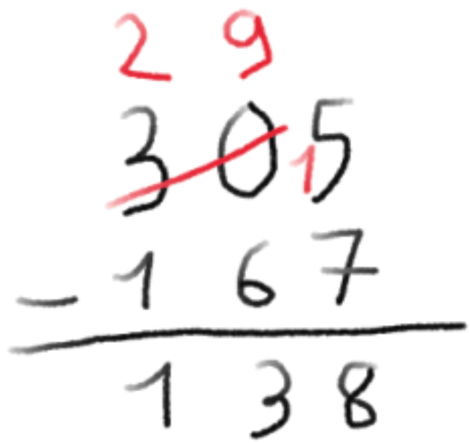
Nous avons volontairement grossi le trait en choisissant un nombre à quatre chiffres avec deux zéros aux rangs intermédiaires, mais même pour calculer 305 - 167, la longueur du discours et le foisonnement de l'écriture nous paraissent rédhibitoires.

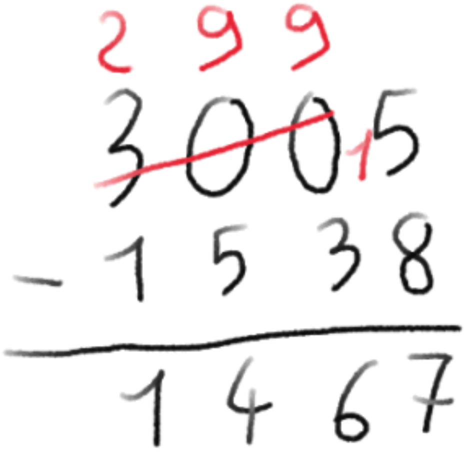
Certains manuels de CE1 proposent cette technique sans jamais proposer de soustraction ou le chiffre des dizaines du premier nombre est zéro. Il ne nous parait pas très scrupuleux d'enseigner une technique (en insistant parfois lourdement sur l'avantage de simplicité qu'elle présente) sans prendre en charge les cas difficiles.

Il est possible d'alléger nettement discours et écritures en procédant comme suit :

— De 5 unités, je ne peux pas enlever 7 unités.
Je me procure donc des unités en cassant une dizaine.
Or 305, c'est 3 centaines et 5 unités, mais c'est aussi 30 dizaines et 5 unités.

— Si je transforme une de ces dizaines en unités, j'obtiens que 305, c'est 29 dizaines et 15 unités.





— De 5 unités, je ne peux pas enlever 8 unités.

— Je me procure donc des unités en cassant une dizaine. Or 3005, c'est 3 milliers et 5 unités, mais c'est aussi 300 dizaines et 5 unités.

Si je transforme une de ces dizaines en unités, j'obtiens que 3005, c'est 299 dizaines et 15 unités.

Cette nouvelle version allège le discours et les écritures, mais demande une compréhension du système décimal beaucoup plus subtile que la précédente.

De ce fait, l'avantage de simplicité de cette technique sur la technique française traditionnelle exposée en premier n'est pas aussi décisif qu'il peut sembler.

## Troisième technique

On s'appuie sur l'idée que la soustraction 324 - 167 ne permet pas seulement de calculer ce qui reste quand on enlève 167 objets d'un lot de 324.

Elle répond aussi à la question « que faut-il ajouter à 167 pour obtenir 324 ? »

Le calcul va donc s'effectuer comme une addition à trou, en s'appuyant sur la technique de l'addition posée en colonne et sur le discours associé.

Dans un premier temps, la soustraction se posera donc comme ceci :

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 6 & 7 \\ + & & & \\ \hline & 3 & 2 & 4 \end{array}$$

Pour l'effectuer, on tient un discours qui ressemble à ceci :

— 7 plus quelque chose égal 4, c'est impossible, mais 7 plus 7 font 14, le 4 des unités est déjà écrit, mais j'écris la retenue de 1.

— 6, plus 1 de retenue, font 7. 7 plus quelque chose égal 2 c'est impossible, mais 7 plus 5 font 12, le 2 est déjà écrit et je retiens 1.

— 1 plus 1 de retenue font 2, pour obtenir 3 il faut ajouter 1.

$$\begin{array}{cccc} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ & 1 & 6 & 7 \\ + & 1 & 5 & 7 \\ \hline & 3 & 2 & 4 \end{array}$$

*Certains préfèrent dire les choses ainsi :*
*7 pour aller à 4 c'est impossible, mais de 7 pour aller à 14 il faut ajouter 7.*

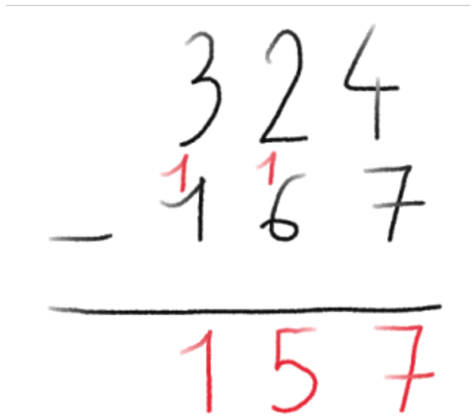
*Cette formulation a, par rapport à la précédente, l'avantage de faire énoncer en dernier le chiffre sept que l'on doit écrire, mais l'inconvénient de s'éloigner de la description usuelle de l'addition sur laquelle on cherche à s'appuyer. Le choix entre ces deux variantes ne nous semble pas essentiel.*

On pourrait envisager de s'en tenir là, la présentation sous forme d'addition à trou permet d'effectuer n'importe quelle soustraction.

Des arguments d'ordre pragmatique et non mathématique imposent pourtant d'apprendre effectuer la soustraction dans sa disposition usuelle, le résultat écrit en bas :

- Les élèves rencontreront des soustractions posées, il faut qu'ils puissent s'y adapter.
- La présentation usuelle rassurera les familles.
- La technique de division euclidienne nécessite plusieurs soustractions successives. Si on effectue les soustractions sous la forme d'une addition à trou, le résultat n'étant pas écrit sur la dernière ligne, l'enchainement de plusieurs soustractions est pratiquement impossible. Il faut alors poser les soustractions à côté de la division et non à l'intérieur, ce qui alourdit considérablement l'écriture d'une division.

Le discours reste celui exposé plus haut, seule la présentation graphique change.




— 7 plus quelque chose égal 4, c'est impossible, mais 7 plus 7 font 14, le 4 des unités est déjà écrit, mais j'écris la retenue de 1.

— 6, plus 1 de retenue, font 7. 7 plus quelque chose égal 2 c'est impossible, mais 7 plus 5 font 12, le 2 est déjà écrit et je retiens 1.

— 1 plus 1 de retenue font 2, pour obtenir 3 il faut ajouter 1.

## Quelle technique choisir ?

Il n'existe pas de technique de soustraction simple. Chaque technique proposée ici s'appuie sur une idée difficile :

- Le fait que la différence entre deux nombres ne change pas si on ajoute la même chose à chacun des deux nombres.
- Une connaissance fine du système décimal permettant de voir 300 dizaines dans 3007.
- Une connaissance solide des deux sens de la soustraction : recherche du reste et recherche du complément.

Avant de choisir, il convient de se poser les questions suivantes :

Parmi ces trois idées, quelle est celle que je me sens le mieux capable de faire comprendre à mes élèves ? Nous ne pouvons évidemment donner aucun avis sur cette question.

Quelle importance ont ces trois idées dans le parcours mathématique de nos élèves ? Pour beaucoup d'élèves, aucune de ces idées n'est solidement installée avant l'enseignement de la soustraction. L'idée qui fonde la technique choisie n'est pas un prérequis : elle sera étudiée conjointement à la technique et sortira renforcée de l'enseignement de la soustraction. Ce point de vue privilégie la deuxième ou la troisième méthode, car la bonne compréhension du système décimal et des deux sens de la soustraction est à notre avis plus importante que la propriété de conservation des écarts.

Quelle technique ont utilisé les parents ? si tous les parents de la classe ou presque sont familiers avec la même technique, c'est un argument fort pour la reprendre. Cela évitera les situations où, voulant aider, les parents rendent les choses plus confuses en utilisant une technique différente de celle utilisée en classe. Comme il est peu probable que tous les parents aient utilisé la même technique, cela n'évitera pas une information des familles à ce sujet.

Insistons sur la nécessité pour l'enseignant de choisir la technique en vigueur dans sa classe : enseigner plusieurs techniques en laissant aux élèves le choix serait une perte de temps et une illusion. Cela réduirait le temps consacré à chaque technique... et fragiliserait leur acquisition. Sans oublier les risques de mélange et de confusion entre les méthodes.

En revanche, si on reçoit dans les classes ultérieures un élève ayant appris (et réussissant) une technique différente de celle qu'on a choisie, il n'y a aucune raison de lui imposer un changement.

La variété des techniques dans une même classe de CM2 par exemple est un enrichissement, car elle donne l'occasion de revenir sur ce qui fonde les diverses techniques. C'est aussi, l'occasion de changer de technique pour un élève en difficulté avec la technique qu'il a apprise quelques années plus tôt.