

## Cartes à points

---

Cette situation fait utiliser de façon intensive, afin qu'elle soit mémorisée à long terme, la connaissance explicitée à travers la situation "introduction au système décimal" :

Quand il y a des groupes de dix choses et des choses toutes seules, pour écrire combien il y a de choses en tout on écrit :  
d'abord le chiffre qui compte les groupes de dix,  
puis le chiffre qui compte les choses toutes seules.

Il est donc absolument indispensable que la situation "introduction au système décimal" ait été travaillée auparavant.

### Matériel

Pour l'enseignant : des cartes recto verso à afficher au tableau. Chaque carte comporte un nombre écrit en chiffres au recto et la quantité correspondante de points, disposés en constellation facilement reconnaissable au verso.

Pour chaque élève : une ardoise

### Déroulement de la première séance

L'enseignant fait constater pour plusieurs cartes que le nombre écrit sur une face correspond au nombre de points disposés en constellation au verso. Il précise qu'il en est de même pour toutes les autres cartes.

L'enseignant affiche ces cartes au tableau :



— Écrivez en chiffres combien il y a de points en tout derrière ces cartes.  
Les élèves répondent sur leur ardoise qu'ils montrent ensemble au signal de l'enseignant.

Quand les élèves ont répondu, l'enseignant corrige :

— Il y a trois groupes de 10 points et encore 5 points.

Pour écrire le nombre de points, j'écris en premier le 3 qui veut dire "3 paquets de 10 points" puis le 5 pour dire "et 5 points qui ne sont pas dans des paquets de 10".

Il écrit au tableau "35 points"

Dans cette première séance, l'enseignant propose des exemples ayant les caractéristiques suivantes :

- Le chiffre des unités du nombre total de points n'est pas 0 (ce cas sera introduit dès la deuxième séance).
- La somme des cartes autres que 10 est inférieure à 10 et facile à calculer.
- Les cartes 10 ne sont pas systématiquement placées à gauche du tableau.

10	7	10	10
----	---	----	----

1	1	10	1	10
---	---	----	---	----

10	2	2	10	10	10
----	---	---	----	----	----

10	5	1	10
----	---	---	----

Remarque sur la mise en commun :

il n'est pas nécessaire de traiter collectivement toutes les erreurs.

À ce stade, il s'agit d'appliquer une procédure standard, et les erreurs sont généralement peu significatives (oubli d'une carte 10, erreur dans la somme des cartes unités).

Il est plus efficace de rappeler la procédure correcte que de s'attarder sur ces erreurs.

## Évolutions de la situation

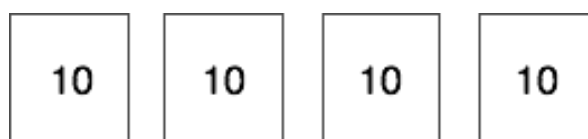
### Progression liée aux valeurs numériques dans les exercices de codage.

- *Cas où le chiffre des unités est 0 (introduit dès la deuxième séance)*

Ce cas est fondamental : le chiffre 0 dans "50" indique certes qu'il n'y a pas d'unité isolée, mais il indique surtout que le chiffre 5 désigne 5 dizaines. S'il s'agissait seulement d'indiquer une absence, il suffirait de ne rien écrire (on n'écrit pas 050 au lieu de 50 pour indiquer qu'il n'y a pas de centaine).

Le déroulement reste le même :

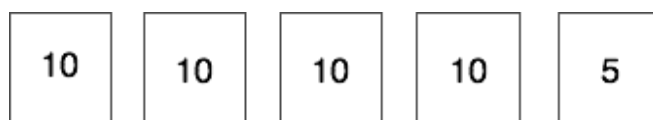
— Écrivez sur votre ardoise combien il y a de points en tout derrière ces cartes.



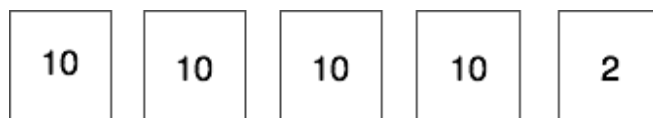
Il est probable que certains élèves écriront 4. L'enseignant demande alors s'ils pensent vraiment qu'il y a 4 points en tout. Si nécessaire il retourne une des cartes 10 et commence à compter les points :

— Un, deux, trois, quatre. Il y a déjà plus de quatre points sur cette carte. En tout il y a beaucoup plus de quatre points.

— Vous vouliez dire qu'il y a 4 groupes de 10 points, et pas 4 points".



— Avec ces cartes, vous ne vous seriez pas trompés, vous auriez écrit ça (il écrit 45 au tableau).



— Avec ces cartes, vous ne vous seriez pas trompés, vous auriez écrit ça (il écrit 42 au tableau).

— Il n'y avait pas de point isolé en plus des paquets de 10, ça vous a gênés.

— Quand il n'y a pas de point isolé, on écrit un 0 comme dernier chiffre (le maître écrit 40 au tableau).

Le 0 montre que le chiffre 4 veut dire « 4 groupes de 10 points », pas « 4 points ».

- *Cas où certaines dizaines doivent être obtenues par groupement.*

Ce cas permet d'insister sur le fait que seul le chiffre de droite compte des unités ; il faut donc, avant d'écrire le nombre, effectuer des regroupements en dizaines jusqu'à avoir moins de 10 unités isolées.

Ce cas permet par ailleurs de mobiliser en calcul mental les compléments à 10.

On proposera d'abord des cas où les regroupements par 10 sont faciles et fortement suggérés par la disposition des cartes :

5 ; 5 ; 2 ; 10 ; 10 ; 10

Lors de la mise en commun suivant cet exemple, l'enseignant peut dire :  
— Cinq et encore cinq, c'est dix. Je mets ensemble ces deux cartes cinq (il les rapproche) c'est comme si j'avais une carte dix. Il y a quatre groupes de dix points et 2 points tout seuls, le nombre de points s'écrit avec un 4 et un 2 ( il écrit 42 au tableau).

7 ; 10 ; 10 ; 10 ; 9 ; 1 ; 9 ; 1

Quand la nécessité de faire des regroupements par 10 est bien intégrée par tous les élèves on introduit progressivement des cas où les groupes de 10 sont moins faciles à constituer soit parce que les cartes à associer ne sont pas placées côte à côte, soit parce que les sommes utilisées sont moins bien connues.

10 ; 9 ; 10 ; 10 ; 3 ; 1 ; 10  
10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 4 ; 7 ; 3  
3 ; 10 ; 10 ; 8 ; 10 ; 4 ; 7 ; 6  
10 ; 4 ; 2 ; 10 ; 8 ; 6

- *Cas où certaines dizaines doivent être obtenues par dissociation.*

Ce cas est important, mais difficile, car les élèves doivent combiner une phase de décodage et une phase de codage.

Si l'enseignant propose les cartes 10 6 30, l'élève doit :

- penser que 30 points c'est trois groupes de 10 points,
- en déduire que tout se passe comme s'il y avait quatre groupes de 10 points au tableau,
- Raisonner comme lors des exercices précédents pour conclure que le nombre de points s'écrit 46

On proposera d'abord de dissocier des nombres dont le chiffre des unités est 0 :

10 ; 10 ; 4 ; 20 ; 10  
2 ; 2 ; 50 ; 10 ; 10 ; 10  
30 ; 20 ; 10 ; 10

Lors de la mise en commun suivant le premier exemple, l'enseignant peut dire en montrant la carte 20 :

— Ce nombre s'écrit avec un 2 puis un 0, j'ai d'abord écrit le 2 qui veut dire 2 groupes de 10 points puis le 0 qui veut dire qu'il n'y a pas d'autres points sur cette carte (au besoin il retourne la carte pour montrer les deux groupes de dix points).

2 groupes de 10 ici et encore 3 cartes 10 ça fait 5 groupes de 10 points. Le nombre de points en tout s'écrit avec un 5 et un 4 ( il écrit 54 au tableau).

Remarque : cette formulation est un peu longue, mais c'est nécessaire pour faire le lien avec les formulations précédentes qui étaient des règles d'action ("pour écrire le nombre...". L'enseignant jugera d'après les réactions de ses élèves à quel moment il peut abandonner les références à l'action pour dire seulement à propos du nombre qui s'écrit 30 "c'est trois groupes de dix points"

On introduira ensuite des cas où les dissociations produisent des unités isolées.

10 ; 10 ; 25 ; 10 ; 10

10 ; 4 ; 10 ; 34 ; 10 ; 10

32 ; 22 ; 2 ; 10

### *Cas où il y a plus de dix dizaines*

Ces cas ne sont pas absolument indispensables. Si l'enseignant craint que cela soit trop difficile, il peut s'en dispenser. Nous les mentionnons néanmoins parce qu'ils présentent deux intérêts majeurs :

Insister sur la dissociation entre numération écrite et orale : on sait déjà écrire des nombres dont on ne connaît pas le nom.

Préparer pour le CE1 une compréhension souple de la numération écrite (voir encadré ci-dessous).

L'enseignant peut proposer aux élèves les cartes suivantes :

50 ; 50 ; 4 ; 10 ; 10 ; 10

90 ; 10 ; 10 ; 5

80 ; 3 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10

Pour le cas 50 ; 50 ; 4 ; 10 ; 10 ; 10 il n'est pas très difficile pour les élèves de trouver qu'il y a derrière les cartes 13 groupes de 10 points et 4 points isolés.

En revanche, la règle telle qu'elle a été énoncée ne permet pas d'écrire le nombre puisqu'elle parle d'un nombre à deux chiffres. L'enseignant doit donc reformuler la règle :

"Quand un nombre s'écrit avec plusieurs chiffres, le dernier chiffre compte des choses toutes seules, ce qui est écrit devant compte des groupes de dix choses". Il donne des exemples en écrivant au tableau des nombres à trois chiffres :

234

— On ne sait pas encore lire ce nombre, mais il veut dire vingt-trois paquets de dix choses et quatre choses isolées.

105

— On ne sait pas encore lire ce nombre, mais il veut dire dix paquets de dix choses et cinq choses isolées.

Intérêt de ces cas pour la suite

245 c'est deux centaines et quarante-cinq unités comme l'oral le suggère, c'est aussi deux centaines quatre dizaines et cinq unités, décomposition largement travaillée au CE1. La décomposition « 245 c'est 24 dizaines et 5 unités », que nous mettons en évidence ici, est beaucoup plus rarement travaillée.

Elle est pourtant très importante dans plusieurs situations :

Pour partager en trois parts égales 396 il est très pratique de savoir analyser ce nombre comme 3 centaines 9 dizaines et 6 unités. En revanche pour partager en trois parts égales 153 la décomposition canonique 1 centaine 5 dizaines et 3 unités n'aide en rien alors que la décomposition en 15 dizaines et 3 unités permet d'aboutir facilement.

Pour la soustraction posée, la méthode par "cassage des dizaines" est facile à expliquer et à utiliser quand le chiffre des dizaines est différent de 0. En revanche, si on pose  $305 - 188$ , la seule façon de conserver la simplicité de la méthode consiste à voir 305 comme "trente dizaines et 5 unités".

On peut alors procéder ainsi :

je ne peux pas enlever 8 unités de 5 unités.

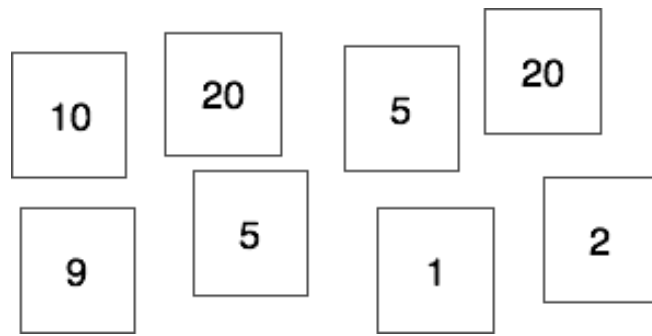
Comme dans 305 il y a 30 dizaines, je casse une des dizaines pour former 10 unités. J'ai maintenant 29 dizaines et 15 unités... je peux poursuivre la soustraction.

### Introduction d'une tâche de décodage (le compte juste)

La situation détaillée dans « le compte juste » permet de proposer aux élèves une tâche de décodage, et non plus de codage.

Ce travail de codage peut être proposé assez tôt, sans attendre que toutes les variables numériques aient été abordées.

En voici un exemple.

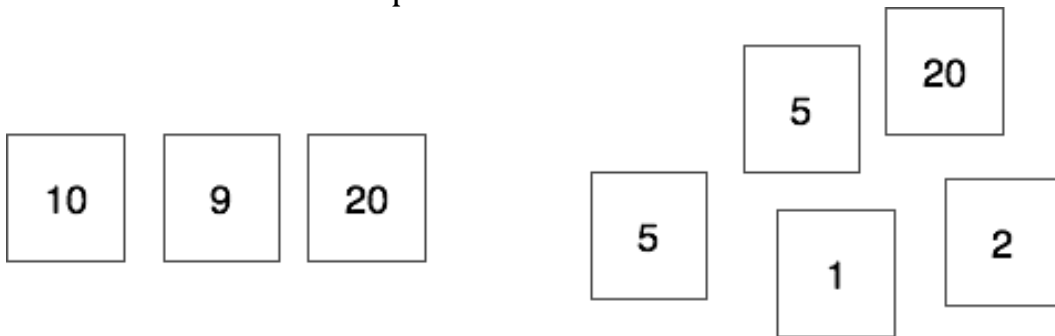


L'enseignant écrit au tableau "35 points" puis dit :

— Je veux prendre ce nombre de points, en utilisant seulement des cartes du tableau, écrivez sur votre ardoise quelles cartes je dois prendre.

Lors de la mise en commun, l'enseignant recopie au tableau la proposition d'un ou deux élèves et demande à la classe s'il y a bien le nombre de points voulus. Il traite individuellement les autres propositions

Variante : l'enseignant choisit une partie des cartes à utiliser et demande aux élèves de trouver le complément :



Il écrit au tableau 50 puis dit :

— Je veux avoir 50 points en tout . J'ai déjà choisi les cartes 10, 9 et 20 que j'ai mises de côté. Écrivez sur votre ardoise quelles cartes je dois prendre.

## Décontextualisation

### *Cartes seulement évoquées.*

Après avoir pendant de nombreuses séances affiché au tableau les cartes à point pour chaque question, l'enseignant les évoque sans les afficher :

— Maintenant que vous savez bien travailler avec les cartes, je ne les affiche plus, j'écris seulement les nombres. Si pour un exercice vous avez vraiment besoin des cartes, vous pouvez me demander de les sortir (ce qui ne devrait pas avoir lieu).

### *Écriture de la question sous forme d'un calcul*

Après avoir affiché les cartes ou écrit les nombres au tableau, l'enseignant pose la question habituelle :

— Écrivez en chiffres combien il y a de points en tout.

Si les nombres proposés sont 10 ; 10 ; 5 ; 10 ; 5 ; 3 il écrit au tableau :

$10 + 10 + 5 + 10 + 5 + 3 = ?$  et commente :

cette écriture est une autre façon de demander combien il y a de points en tout.

L'enseignant évoque lors des mises en commun les déplacements de cartes effectués lors de séances précédente pour justifier deux actions possibles :  
on peut regrouper dans sa tête deux nombres qui ne sont pas écrits à la suite (comme les deux 5 de l'exemple)

on peut écrire le calcul dans un autre ordre à condition de ne rien oublier, ça ne change pas le résultat.

Plus tard (en CE1 ?), le travail est posé exclusivement sous forme d'addition écrite au tableau, sans référence aux cartes à points.