

## Deux tours de même hauteur

---

### Matériel :

Pour l'enseignant : les cartes recto verso (ou les briques empilables) déjà utilisées pour la situation "comparer des tours"

Pour les élèves : ardoise, stylos pour ardoise bleu et rouge.

### Déroulement de la première séance

Le matériel utilisé est connu, c'est celui de la situation "comparer des tours" mais la question posée n'est plus la même. Le but de la séance est que tous les élèves comprennent la nouvelle question, c'est pourquoi les problèmes posés dans cette séance sont faciles.

L'enseignant montre des cartes habituellement utilisées pour les problèmes "tours dessinées".  
— Avec ces cartes, je vais vous poser de nouvelles questions. Nous ne chercherons pas quelle tour est la plus haute, mais nous essayerons de faire deux tours de la même hauteur.



Avec ces cartes, c'est gagné, la tour rouge et la bleue ont la même hauteur (l'enseignant retourne les cartes pour réaliser les tours).



Avec ces cartes c'est aussi gagné parce que 3 et encore 3 c'est 6 et que 5 et encore 1 c'est 6 aussi (l'enseignant retourne les cartes)

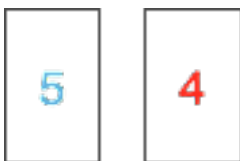
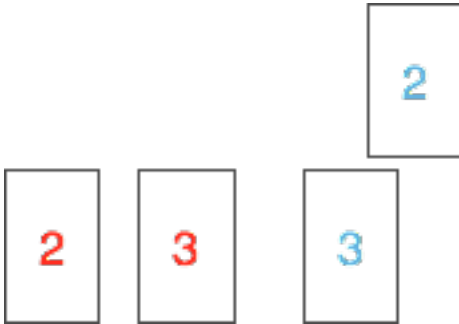


Avec ces cartes c'est perdu parce que la tour rouge est plus grande que la bleue : 8 briques contre 6 briques (l'enseignant retourne les cartes).

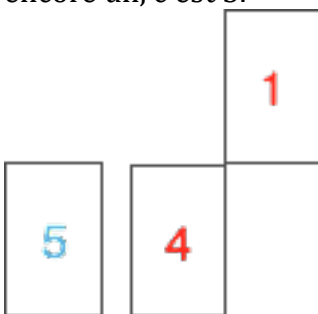
À chaque fois, je choisirai des cartes et je les mettrai au tableau... **vous choisirez seulement la dernière carte**, celle qu'il faut mettre avec les miennes pour gagner.



Pour avoir deux tours de la même hauteur, il faut ajouter deux briques bleues.



Pour avoir deux tours de la même hauteur, il faut ajouter une brique rouge parce que 4 et encore un, c'est 5.



Maintenant c'est vous qui allez chercher, vous répondrez sur votre ardoise.

Si vous pensez qu'il faut 3 briques rouges, vous écrivez 3 en rouge. Si vous pensez qu'il faut 4 briques bleues, vous écrivez 4 en bleu.

Si vous ne savez pas, vous écrivez un point d'interrogation.

Quand vous avez écrit, vous retournez votre ardoise et vous attendez le signal pour la montrer.

L'enseignant propose ensuite les problèmes suivants en répétant à chaque fois la question : quelle carte faut-il ajouter pour que les deux tours aient la même hauteur ?

5; 2    2  
 3    5  
 3; 4    3; 4; 2  
 6    3  
 3; 2  
 6; 1.    6; 2

Les questions de cette séance peuvent se résoudre en utilisant seulement des décompositions bien connues (5, c'est 3 et encore 2, 6 c'est 3 et encore 3) et l'idée que si deux tours sont composées des mêmes morceaux elles ont la même hauteur.

Il ne devrait donc pas être nécessaire de valider en montrant les tours.

## Évolutions de la situation

### Jeu sur les valeurs numériques

Dans chaque séance, l'enseignant propose des cas simples pour lesquels la solution découle directement d'une décomposition mémorisée :

2 6                      9 5                      4 8                      3 ; 3

La part de ces cas simples dans une séance diminue quand les élèves prennent de l'aisance sur les situations plus complexes.

Il propose également des cas plus complexes (à une ou deux couleurs)

- Quand l'enseignant n'affiche que des cartes d'une même couleur, cela revient à demander de calculer la somme de plusieurs nombres. Des problèmes de ce type sont proposés régulièrement, environ un à chaque séance :

*Exemples de problèmes "à une couleur" :*

2 ; 2 ; 2 ; 2                      2 ; 3 ; 4                      2 ; 3 ; 2 ; 3                      3 ; 3 ; 1 ; 4

Pour ces cas, l'enseignant mettra en évidence les deux points suivants :

- On peut grouper dans l'ordre que l'on veut, ça ne change pas le résultat.
  - Parfois, certaines façons de grouper rendent le calcul plus facile que d'autres (pour 3 ; 3 ; 1 ; 4 la procédure paraissant la plus simple pour beaucoup d'élèves sera probablement de grouper d'abord les deux 3 puis de grouper 6 et 4)
- 
- Quand les cartes sont de deux couleurs, la procédure standard consistant à calculer le nombre total de briques de chaque couleur puis à chercher par quoi il faut compléter le côté le plus petit est rarement la plus efficace. Très souvent plusieurs procédures sont possibles bien que nous n'en proposons qu'une à titre d'exemple.

*Exemples de problèmes "à deux couleurs" :*

2 ; 3    2 ; 6

6 c'est comme 3 et encore 3.

En remplaçant la carte 6 par deux cartes 3 on obtient 2 ; 3    2 ; 3 ; 3 (L'enseignant écrit cette nouvelle répartition au tableau) .

En ajoutant 3 briques bleues, on a les mêmes morceaux de chaque côté.

5 ; 6    2 ; 3 ; 4

2 et encore 3 c'est 5, c'est comme si on avait 5 ; 6 vs 5 ; 4 Comme 4 et encore 2 c'est 6, en ajoutant une carte 2 rouge on aura 5 et 6 de chaque côté.

8 2 ; 2 ; 3 ; 4

2 et encore 2 c'est 4, c'est comme si on avait 8 vs 4 ; 3 ; 4. 8 c'est 4 et encore 4 c'est comme si on avait 8 vs 8 ; 3. En ajoutant un trois bleu, on aura les mêmes morceaux de chaque côté donc la même hauteur.

6 ; 6 vs 5 ; 4

Pour avoir 6 et encore 6 du côté rouge, je peux ajouter une brique à la carte 5 et deux briques à la carte 4. Comme je n'ai droit qu'à une carte il faut que j'ajoute une brique et encore deux briques en une seule fois : j'ajoute une carte 3 rouge.

5 ; 5 vs 3 ; 3 ; 3

5 et encore 5 c'est 10. 3, 3 et encore 3 c'est 9. Comme 9 et encore 1 c'est 10, j'ajoute une carte 1 rouge.

Les problèmes proposés s'enrichissent à mesure que l'on apprend, à travers d'autres situations, de nouveaux faits numériques. Par exemple, après avoir travaillé la situation « les nombres de 11 à 19 » les élèves savent que tous les nombres qui s'écrivent "1a" valent  $10+a$ , on peut alors leur proposer les cas suivants :

5 ; 4 ; 5 ; 3 vs rien      5 ; 5 vs 18      16 vs 13

### Utilisation de l'écriture symbolique

Dans un premier temps, l'enseignant demande seulement d'écrire sur l'ardoise le nombre trouvé, de la bonne couleur.

Dès que les cas proposés demandent plus que la restitution d'une décomposition mémorisée, il utilise au tableau des « phrases mathématiques ».

Pour le problème 5 ; 6 vs 2 ; 3 ; 4 il peut par exemple écrire :

- $5 + 6 = 2 + 3 + 4 + 2$  qui rend compte du résultat sans indiquer comment on l'a trouvé mais permet de s'assurer qu'il est correct
- $5 = 2 + 3$ , qui propose une façon d'aborder le problème : on remarque qu'il y a 5 de chaque côté, le problème peut donc se ramener à celui-ci 5 ; 6 vs 5 ; 4
- $6 = 2 + 4$ , qui propose une autre approche qui ramène le problème à 5 ; 6 vs 3 ; 6

Ces écritures peuvent être utilisées lors de la mise en commun pour étayer des propositions de procédures faites par les élèves.

Elles peuvent aussi être utilisées avant la mise en commun pour aider les élèves qui ne parviennent pas à résoudre seuls le problème.

Quand l'usage d'écritures symboliques au tableau par l'enseignant est bien établi, celui-ci peut demander aux élèves d'accompagner leur réponse d'une phrase mathématique qui aide à comprendre ce qu'ils ont fait.