

Tétraèdres et autres polyèdres

Les programmes publiés dans le BOEN n° 31 du 30 juillet 2020 mentionnent plusieurs solides :

cube, pavé droit, prisme droit, pyramide, cylindre, cône, boule.

Dans cet article, il n'est pas question de cylindre, de cône, ni de boule.
nous n'évoquons que les polyèdres (solides limités par des faces planes polygonales).

On ne peut travailler sérieusement sur les solides qu'avec des solides (et non des dessins de solides). Le site propose de nombreux patrons de solides à imprimer.

Quel sens donner à l'expression « pavé droit » si l'on ne rencontre jamais de pavés qui ne soient pas droits ? C'est pourquoi nous utilisons des solides plus variés que ceux mentionnés par les textes officiels : prismes non droits, pyramides tronquées. Par ailleurs, les solides utilisés sont plus variés que ce qu'on trouve généralement dans les manuels : un prisme ou une pyramide n'a pas nécessairement de symétrie, et sa base peut avoir plus de 4 côtés...

Primatheux.fr propose plusieurs fichiers contenant des patrons à télécharger. On peut confier aux élèves le découpage et l'assemblage (à l'aide d'adhésif, les patrons ne comportent pas de languettes) ce qui permet d'obtenir un grand nombre de solides en peu de temps.

Exemples de situations à proposer aux élèves

Les situations qui suivent sont adaptées à un travail en petits groupes de 2 à 4 élèves.

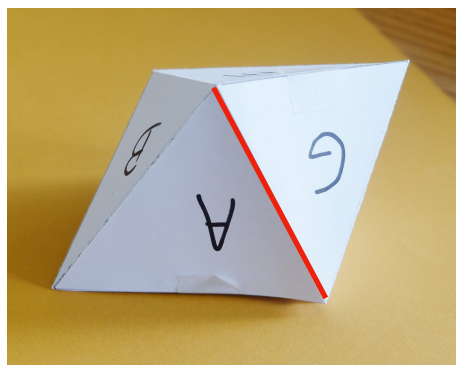
Deux modes d'organisation peuvent être envisagés :

Tous les groupes travaillent simultanément sur le même solide. L'organisation et la mise en commun sont facilitées, mais la préparation matérielle est alourdie : il faut autant d'exemplaires de chaque solide étudié que de groupes.

Chaque groupe travail sur un solide différent. Les solides sont numérotés et circulent d'une table à l'autre. Le sens de circulation doit être clairement explicité par le maître (chaque table doit savoir de qui elle reçoit ses solides et à qui elle les passe). Un seul exemplaire de chaque solide suffit.

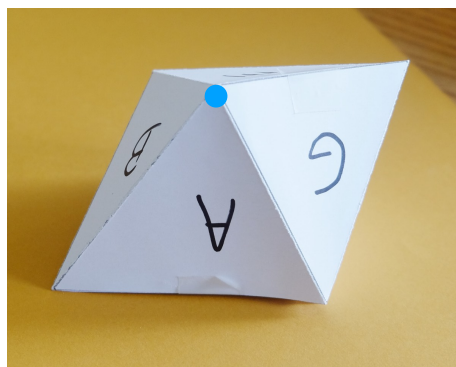
Recherches à propos des faces

Chaque groupe dispose d'un solide dont les faces sont repérées par des lettres.



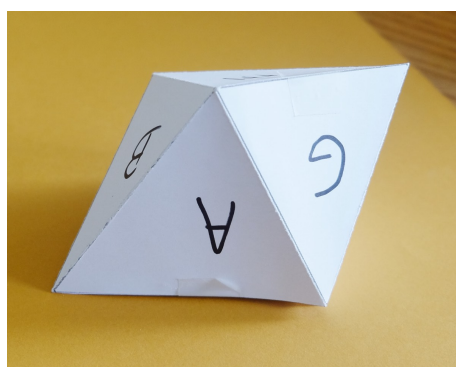
Sur ce solide, les faces A et G se touchent, elles ont l'arête rouge en commun.

- Cherchez d'autres paires de faces qui ont une arête en commun.



Sur ce solide, les faces B et G se touchent, mais elles n'ont pas d'arête en commun. Elles se touchent seulement par un point : le sommet bleu.

- Cherchez d'autres paires de faces qui se touchent seulement par un sommet.

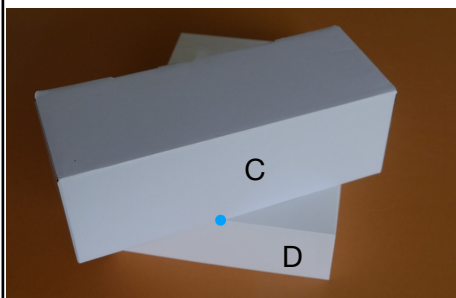
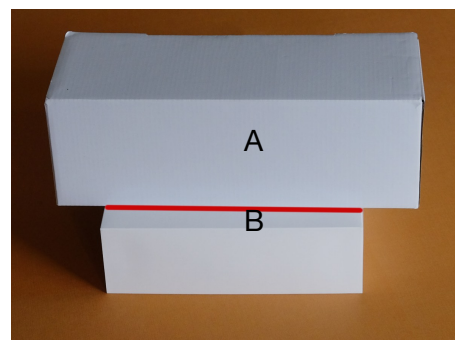


- Chercher des paires de faces qui ne se touchent pas du tout, même pas par un sommet.

Remarque pour l'enseignant : nous n'envisageons ici que trois cas : les faces ont une arête en commun, un sommet en commun, ou sont disjointes. Toutes les paires envisageables sur le solide photographié (qui a 8 faces triangulaires) sont dans ces catégories.

Pour certains polyèdres, ces catégories ne suffiraient pas, voici deux exemples :

Sur ce solide fabriqué en assemblant deux pavés droits, la face A et la face B (horizontale dans la position photographiée) ont en commun le segment rouge. Celui-ci est une arête de la face B, mais c'est seulement un morceau d'une arête de la face A.



Sur ce solide, les faces C et D se touchent en un seul point, marqué en bleu. Ce point n'est pas un sommet.

Si on pose un cube sur une surface horizontale, la face de dessus est également horizontale.

Si on pose une très grande plaque sur la face de dessus, tous les morceaux de cette plaque sont à la même distance du support.

On dit que la face du dessous du cube et celle du dessus sont parallèles (le même mot que pour les droites).

- Sur votre solide, y a-t-il des faces parallèles ?

Si on pose un cube sur une surface horizontale, les faces de côté sont verticales.

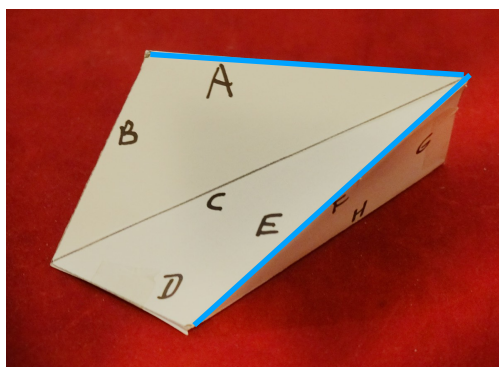
On dit que la face du dessous du cube et une des faces de côté sont perpendiculaires (le même mot que pour les droites).

- Sur votre solide, y a-t-il des faces perpendiculaires ?

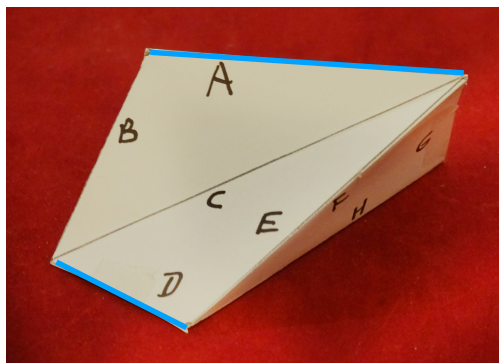
Remarque pour l'enseignant : les critères indiqués ci-dessus ne permettent pas de trouver toutes les paires de faces parallèles ou perpendiculaires. Si le solide est concave, il ne peut pas être posé sur certaines de ses faces, on ne peut donc pas leur appliquer les critères que nous proposons.

Recherches à propos des arêtes

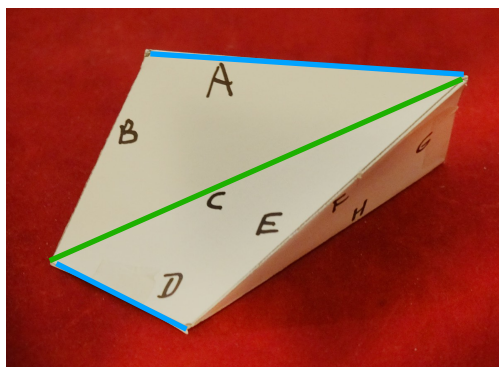
Chaque groupe dispose d'un solide dont les arêtes ont été repérées par des lettres.



Sur ce solide, l'arête A et l'arête E ne sont pas sur une même face, mais elles se touchent : elles ont un sommet en commun. Cherchez des paires d'arêtes qui se touchent sans être sur la même face.



Sur ce solide, l'arête A et l'arête D ne sont pas sur une même face, et elles ne se touchent pas. Cherchez des paires d'arêtes qui ne sont pas sur une même face et qui ne se touchent pas.



Sur ce solide, l'arête A et l'arête D ne se touchent pas, mais une autre arête suffit pour relier A à D. Cherchez des paires d'arêtes qu'on peut relier à l'aide d'une troisième arête.

Cherchez des paires d'arêtes qui ne se touchent pas et qu'on ne peut pas relier à l'aide d'une troisième arête. *Remarque : sur le solide photographié, il n'y en a pas, mais sur d'autres solides...*

Nous ne proposons pas de recherche à propos du parallélisme des arêtes. En effet, si les deux arêtes parallèles sont sur une même face, cela relève de la géométrie plane. Si elles ne sont pas sur la même face, caractériser le parallélisme nous paraît difficile.

Recherches à propos des sommets

Chaque groupe dispose d'un solide dont les arêtes ont été repérées par des lettres.

On peut chercher des sommets où se rencontrent 3 faces, 4 faces, 5 faces...

On peut chercher des sommets où se rencontrent 3 arêtes, 4 arêtes, 5 arêtes...

Les recherches précédentes peuvent conduire à une remarque : à chaque sommet, il se rencontre autant d'arêtes que de faces. Cela semble vrai sur les exemples que l'on observe, mais est-ce toujours vrai ? En inventant des monstres comme dans l'encadré du bas de page 2, peut-on trouver un contre-exemple : un sommet où le nombre de faces est différent du nombre d'arêtes ?

Recherche de solides, jeu du portrait

On peut imaginer différentes versions du jeu du portrait :

- Le maître écrit le portrait d'un solide qu'il faut retrouver parmi d'autres.
- Les élèves cherchent à retrouver un solide en posant des questions auxquelles le maître ne répond que par oui ou non (questions et réponses sont inscrites au tableau).
- Des élèves écrivent le portrait d'un solide que d'autres devront retrouver.

Toutes ces versions sont intéressantes, mais imposent une contrainte matérielle forte : chaque groupe doit disposer d'une collection complète de solides.

C'est pourquoi nous proposons la version suivante, qui ne nécessite qu'une seule collection de solides.

Le maître distribue un portrait de solide à chaque élève. Par exemple :

1. J'ai 6 faces.
2. Si on choisit deux de mes faces, n'importe lesquelles, elles se touchent.
3. Une de mes faces a tous ses côtés égaux.
4. Je n'ai pas de faces parallèles.

Je vais vous distribuer des solides.

Il y a au moins un solide qui est bien décrit par ce portrait, mais il peut y en avoir plusieurs.

Vous noterez sur la feuille du groupe le nom du solide (ou des solides) que le portrait décrit bien.

Pour les solides qui ne sont pas bien décrits, vous noterez ce qui ne va pas. Par exemple si le solide a 5 faces, vous noterez 1 pour dire que c'est la phrase numéro 1 qui n'est pas respectée.

L'enseignant fait ensuite circuler la collection de solides (de préférence, il y a un peu plus de solides que de groupes). Au départ, il y a un ou deux solides par table, et le circuit est organisé : les élèves savent à qui passer un solide quand leur groupe a fini de l'observer.

La mise en commun se fait quand la circulation est terminée.

Cette forme de travail permet à l'enseignant de constituer une collection de façon assez rapide.

Il commence par choisir un solide et en rédige un portrait.

Il choisit quelques autres solides de façon à ce que chaque phrase du portrait soit vérifiée par au moins deux solides : un ou deux autres solides ayant deux faces, un ou deux autres solides où toutes les faces se touchent, un ou deux autres solides où une face a tous ses côtés égaux, un ou deux autres solides n'ayant pas de faces parallèles.

Il complète ensuite par quelques autres solides ressemblant un peu aux précédents. La règle permettant que plusieurs solides soient conformes au portrait, ces derniers solides peuvent être pris un peu au hasard dans la collection dont on dispose.

Des solides pour travailler sur les triangles : jeu du portrait des tétraèdres

Si on se limite aux tétraèdres, c'est-à-dire aux pyramides à base triangulaire, il suffit pour décrire le solide de décrire ses faces.

Le jeu du portrait dans toutes ses versions n'est alors plus vraiment un travail sur les solides, mais c'est une très bonne occasion d'utiliser le vocabulaire de la géométrie plane : triangles isocèles, équilatéraux, rectangles, isocèles-rectangles, angles droits, aigus, obtus.

On évitera soigneusement d'utiliser dans les portraits les mesures de longueur qui dispenseraient d'utiliser les autres caractéristiques.

Voici un exemple de portrait possible :

1. Deux faces du solide sont des triangles équilatéraux.
2. Les deux autres triangles sont isocèles.
3. Les triangles qui ne sont pas équilatéraux ont un angle plus grand que l'angle droit.

