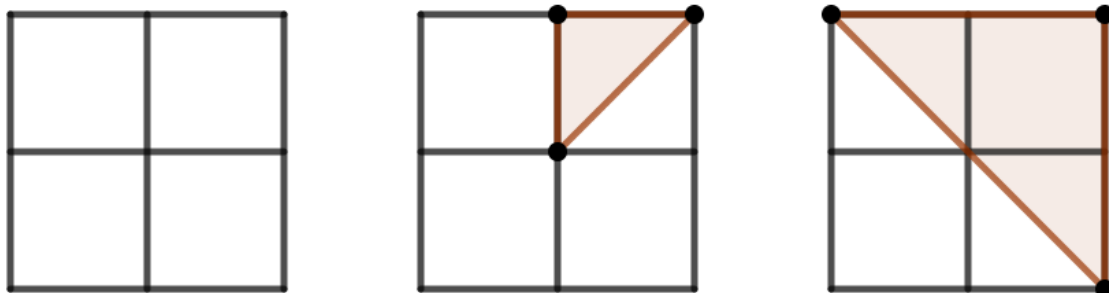
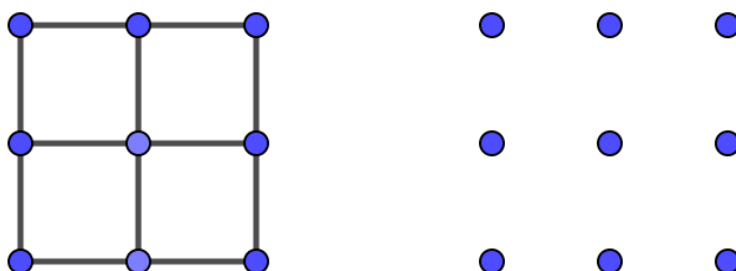


## Des triangles tous différents



Sur des grilles comme celle-ci, vous allez tracer des triangles : un triangle par grille. J'en ai tracé deux pour commencer, mais on peut en trouver beaucoup d'autres.

Attention, les sommets des triangles ne peuvent pas être n'importe où, ils doivent être sur les intersections de la grille, sur les points que je marque en bleu. Pour tracer un triangle, il faut choisir trois points bleus et les joindre par des traits bien droits.



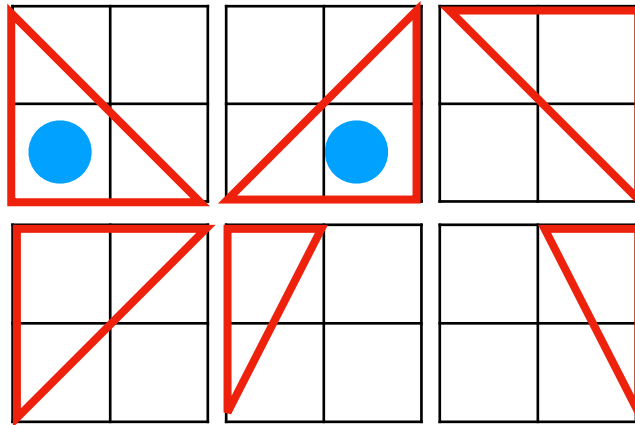
— Allez-y, remplissez votre feuille, un triangle sur chaque grille.  
Essayez de faire des triangles tous différents, de ne pas dessiner deux fois le même.

Chaque élève dispose d'une feuille de 6 grilles pour faire ses recherches.

Lors d'une première mise en commun, l'enseignant précise la consigne.

— Excusez-moi, je suis désolé, j'ai oublié de préciser quelque chose. Qu'est-ce que ça veut dire exactement qu'il ne faut pas dessiner deux fois le même triangle ?

— Zélie, tu peux me prêter ta feuille s'il te plait ?



Regardez bien les deux premiers triangles que Zélie a dessinés, ceux dans lesquels j'ai mis une gommette bleue. Sont-ils différents ou bien est-ce deux fois le même triangle ?

Zélie pense certainement qu'ils sont différents. Par exemple parce que le sommet du haut est à gauche pour un triangle et à droite pour l'autre. Et elle n'a pas tort.

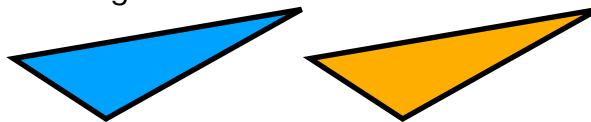
Les mathématiciens pensent autrement. Pour eux, c'est deux fois le même triangle parce que, si on découpe un des deux triangles, il peut recouvrir exactement l'autre.

Les mathématiciens sont des gens futés et un peu paresseux, en faisant comme eux, il y a beaucoup moins de triangles à dessiner qu'en faisant comme Zélie.

Nous allons donc faire comme les mathématiciens : si deux triangles peuvent se superposer, nous dirons que c'est le même triangle, parce qu'il n'a pas changé de forme.

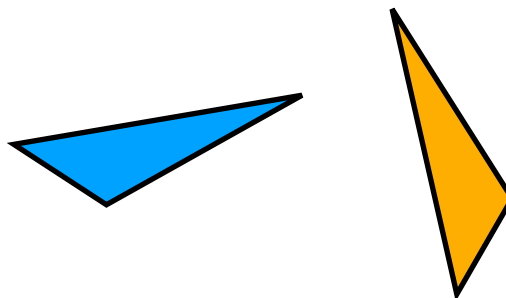
L'enseignant affiche au tableau deux triangles superposables.

– Voici deux fois le même triangle :



Il déplace un des deux triangles.

– C'est encore deux fois le même triangle :



– C'est toujours deux fois le même triangle :



Si l'on pense comme les mathématiciens, Zélie n'a dessiné que deux triangles différents. Je suis désolé, Zélie, mais je vais te donner une nouvelle feuille et tu vas être obligée de recommencer alors que tu avais bien travaillé, c'est de ma faute. Est-ce que d'autres enfants avaient pensé comme Zélie ? Je vais aussi vous donner une nouvelle feuille.

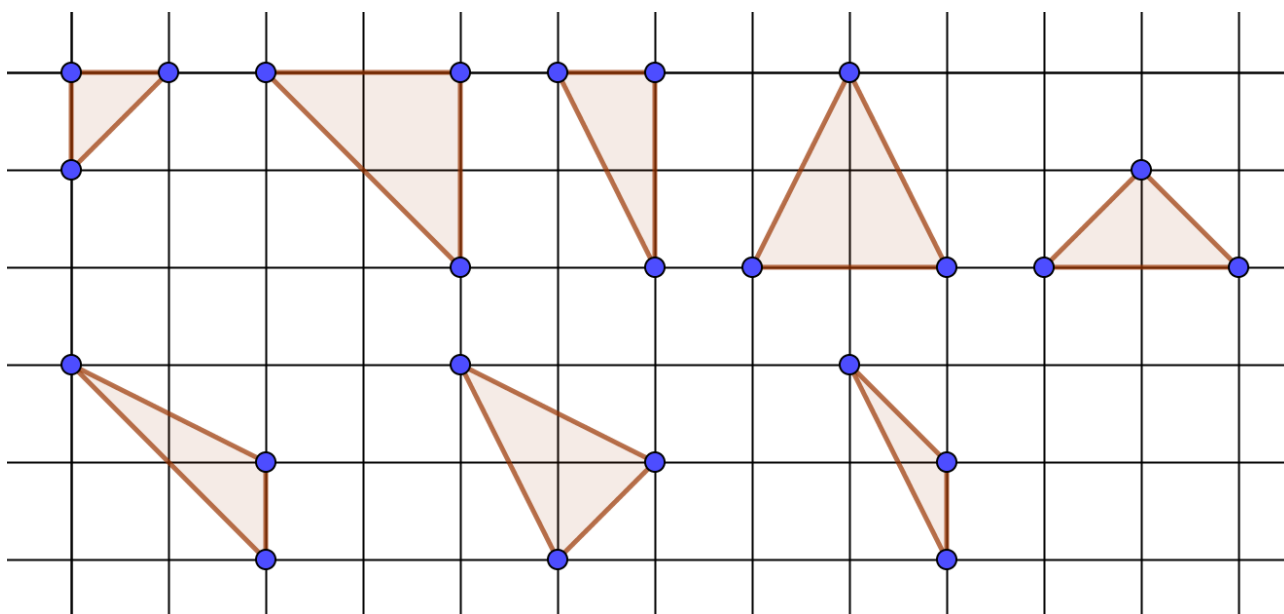
L'enseignant laisse les élèves reprendre leurs recherches pendant quelques minutes puis procède à une mise en commun.

Si le tableau n'est pas quadrillé, un quadrillage est affiché ou projeté.

Des élèves à tour de rôle sont invités à dessiner au tableau un de leurs triangles.

Le dessin se fait à main levée, ou bien l'enseignant aide en maintenant la règle pour que les problèmes de manipulation ne ralentissent pas trop le travail.

Il est probable que les triangles de la première ligne de la figure qui suit auront été trouvés facilement. Trois d'entre eux sont des triangles rectangles (dont deux ont été dessinés par l'enseignant lors de l'introduction de la séance). Les deux autres sont isocèles et peuvent être placés comme nous l'avons fait dans la position stéréotypée « de la tente d'indien ». Si chaque élève a rempli ses 6 grilles, certains auront probablement fait des doublons (contrôler qu'il n'y a pas deux triangles identiques n'est pas si simple et cette erreur n'a rien de dramatique) mais il est possible que d'autres aient pensé à l'un des triangles de la deuxième ligne, plus difficiles à imaginer.



Que la classe ait réussi ou non à trouver à trouver les 8 triangles, l'enseignant ne clôt pas la recherche, il affiche les triangles qui ont été trouvés et laisse des grilles à disposition pour que ceux qui le veulent puissent continuer à chercher d'autres triangles.

### **Prolongement pour l'enseignant**

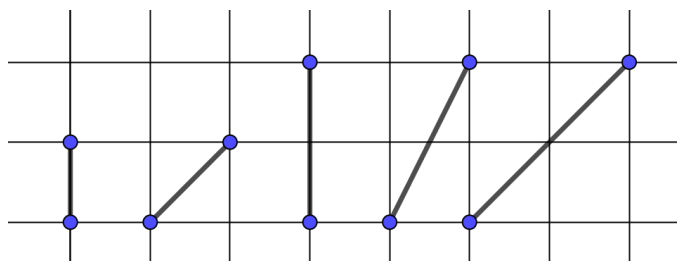
Nous affirmons qu'il n'y a que 8 triangles différents possibles... est-ce bien sûr ?

Il nous semble intéressant que l'enseignant réfléchisse à cette question, même si c'est brièvement (car il n'a pas que ça à faire paraît-il).

Une piste consiste à séparer l'ensemble des triangles que l'on peut tracer en plusieurs sous-ensembles. Deux exemples :

Les triangles peuvent être classés selon le nombre de côtés qui sont tracés sur les lignes de la grille. À priori, ce nombre pourrait être 0, 1, 2 ou 3 ce qui conduirait à 4 familles de triangles. Même s'il n'y a aucun triangle dans une des familles, les familles restantes sont peu nombreuses et le risque d'oubli est donc plus petit.

Les triangles peuvent être classés selon la longueur de leur plus grand côté. Celui-ci peut à priori avoir les cinq longueurs représentées ci-dessous. Là encore, l'une des familles est vide, mais les quatre familles restantes favorisent la recherche de l'exhaustivité.



Nous ne connaissons pas de preuve adaptée aux élèves de cycle 2 (même ceux de CE2) qu'il n'y a que 8 triangles possibles.

### **Prolongements pour les élèves**

S'il est bon de laisser le problème ouvert quelque temps pour les apprentis chercheurs, il nous semble également nécessaire de conclure quand on sent que l'intérêt s'émousse. Lors de cette conclusion, on exhibera le huitième triangle si les élèves n'en ont trouvé que sept puis on abordera la question difficile « est-il possible de faire mieux » ?

Voici deux formulations possibles de la réponse :

- On ne réussit pas à trouver un neuvième triangle, même en cherchant bien. Peut-être que c'est impossible, ou alors il y a une idée à laquelle nous ne pensons pas.
- Le site Primatheux où j'ai trouvé ce problème dit qu'il n'y a que 8 triangles différents. Ils n'expliquent pas comment ils le savent alors ce n'est pas tout à fait certain.
- Il n'y a que huit triangles différents possibles sur cette grille, je vais vous expliquer pourquoi j'en suis sûr : (si vous optez pour cette version, merci de nous transmettre votre preuve).

Pour un des triangles, reprendre le point de vue de Zélie, exposé plus haut, et chercher dans combien de positions différentes on peut le dessiner.

