## Chapitre 16

# Utilisation des outils numériques

## Le tableur

Il est pratiquement certain que l'épreuve de mathématiques que vous passerez comportera une ou plusieurs questions à propos du tableur. Bien que l'épreuve soit une épreuve papier, nous ne saurions trop vous conseiller de vous entrainer sur ordinateur à l'aide d'un tableur.

## Principe de fonctionnement du tableur

Les tableurs produisent des feuilles de calcul dont les cellules peuvent contenir des nombres ou du texte, mais surtout des formules.

Écrivons un nombre, par exemple 2, dans la cellule A1



Écrivons maintenant dans la cellule B1 la formule « =A1+5 »



Une fois cette formule validée par la touche de retour à la ligne, ce qui s'affiche dans la cellule B1 n'est pas la formule que l'on vient d'entrer, mais la valeur calculée à l'aide de cette formule, c'est-à-dire le contenu de la cellule A1 auquel on a ajouté 5.

Les formules utilisées dans une feuille de calcul ont toutes en commun de commencer par le signe  $\ll = \gg$  qui n'a donc pas la même signification qu'en mathématiques.



Ce qui donne toute sa puissance au tableur, c'est qu'il garde en mémoire non pas le nombre affiché dans la cellule B1, mais la formule que l'on a entrée. Ainsi, si on remplace le nombre 2 de la cellule A1 par 10, sans rien modifier d'autre, on obtient :



Bien entendu, ce résultat reste très modeste, personne n'a besoin d'un ordinateur pour ajouter 5 à un nombre.

Nous vous proposons maintenant d'ouvrir une feuille de calcul dans n'importe quel tableur et d'y entrer ce qui suit.

Attention, ce qui figure ci-dessous correspond à ce que vous devez entrer au clavier, pas à ce que vous obtiendrez à l'écran. Par exemple, quand vous aurez validé la formule « =A1+A2+A3 » dans la cellule A4, cette cellule affichera le nombre30 et non la formule.

•	A	В	С	D
1	14	8	12	
2	7	10	15	
3	9	8	15	
4	=A1+A2+A3	=B1+B2+B3	=C1+C2+C3	=A4+B4+C4
5			moyenne :	=D4/9

Ce résultat commence à être intéressant : si vous changez un ou plusieurs des neufs nombres en gras, leur moyenne est recalculée automatiquement.

Les habitués du tableur savent que de nombreuses fonctions existent pour faciliter l'écriture des formules par l'utilisateur. Par exemple, au lieu d'entrer des formules dans cinq cellules, on obtient le même résultat en entrant uniquement en D5 la formule suivante.

ullet	A	В	С	D
1	14	8	12	
2	7	10	15	
3	9	8	15	
4				
5			moyenne :	=MOYENNE(A1:C3)

A moins que vous n'ayez déjà une bonne connaissance des formules de base utilisées par les tableurs, nous vous déconseillons vivement de les utiliser. En effet, elles ne sont jamais nécessaires pour le concours (les quatre opérations arithmétiques suffisent) et elles utilisent une syntaxe pas toujours facile à retenir. Par exemple, si vous entrez dans la cellule D5 la formule «=MOYENNE(A1;C3)» à la place de «=MOYENNE(A1:C3)» le résultat obtenu sera la moyenne des deux nombres contenus dans les cellules A1 et C3 et non la moyenne des neuf nombres de la zone rectangulaire.

## LE TABLEUR

#### Exemple d'exercice corrigé

On a réalisé une table de Pythagore (table de multiplication) à l'aide d'un tableur.

۲	A	В	С	D	E		A	В	С	D	E
$\cap$											
1		1	2	3	4	1		1	2	3	8
2	1	1	2	3	4	2	1	1	2	3	8
3	2	2	4	6	8	3	2	2	4	6	16
4	3	3	6	9	12	4	3	3	6	9	24
5	4	4	8	12	16	5	10	10	20	30	80

Les nombres écrits en gras ont été entrés à la main. En revanche, dans les cellules où figurent les produits, on a entré des formules. Les deux illustrations représentent donc la même feuille, dans laquelle on a modifié seulement le contenu des cellules A5 et E1.

- 1. On suppose que les formules sont rentrées manuellement dans chacune des cellules. Indiquer quelle formule peut être écrite dans la cellule C4.
- 2. On suppose maintenant qu'une seule formule est entrée manuellement dans la cellule B2 puis recopiée en tirant vers la droite puis vers le bas dans les 16 cellules qui doivent comporter une formule. Quelle formule peut-on écrire en B2?

La cellule C4 peut contenir la formule «  $=C1*A4 \gg ou \ll =A4*C1 \gg$ . Il est conseillé de s'en tenir à des formules aussi simples que possible, mais toute formule qui fonctionne est admise comme par exemple «  $=PRODUIT(C1;A4) \gg$ .

La deuxième question se retrouve dans presque toutes les épreuves. Si cette question est nouvelle pour vous, nous vous conseillons vivement d'ouvrir une feuille de calcul dans n'importe quel tableur et de réaliser les expériences qui suivent avant de lire la réponse.

Après avoir écrit les nombres en gras dans leurs cellules, entrez la formule « =A2\*B1 » dans la cellule B2. Votre feuille de calcul doit maintenant avoir l'aspect suivant :

$oldsymbol{0}$	A	В	С	D
1		1	2	3
2	1	1		
3	2			
4	3			

Sélectionnez la cellule B2 puis copiez-la en tirant vers la droite. Cela s'obtient le plus souvent en tirant sur une petite poignée située dans le coin inférieur droit de la cellule (quelquefois au milieu du bord droit de la cellule). Sélectionnez maintenant la cellule B2 ainsi que les deux cellules à sa droite où vous venez de la recopier, et recopier l'ensemble vers le bas selon le même principe. Vous devriez obtenir ceci :

$\bigcirc$	A	В	С	D
1		1	2	3
2	1	1	2	6
3	2	2	4	24
4	3	6	24	576

Il ne s'agit pas vraiment de la table de multiplication que l'on veut obtenir. Pour comprendre ce qui s'est passé, nous vous montrons ici les formules telles qu'elles ont été copiées.

Attention, vous ne pouvez pas obtenir cela dans votre feuille de calcul. En revanche, en sélectionnant une seule des cellules concernées, vous devriez obtenir quelque part dans une « barre de formule » l'affichage de la formule qu'elle contient.

( )	( A	В	С	D
1		1	2	3
2	1	=A2*B1	=B2*C1	=C2*D1
3	2	=A3*B2	=B3*C2	=C3*D2
4	3	=A4*B3	=B4*C3	=C4*D3

Vous pouvez vérifier que les nombres affichés dans le précédent tableau proviennent bien des formules indiquées dans celui-ci. La feuille obtenue calcule, pour chaque cellule, le produit du nombre situé juste à gauche par le nombre situé juste au-dessus.

Cela est dû au fait que, quand vous recopiez vers la droite, le tableur modifie la lettre indiquant la colonne. Si « B3 » figure dans une formule, en recopiant vers la droite il devient successivement C3, D3, E3... De même, quand vous recopiez vers le bas, le tableur modifie le nombre indiquant la ligne. Si « B3 » figure dans une formule, en recopiant vers le bas il devient successivement B4, B5, B6...

Vous pouvez à cette occasion vérifier que si vous aviez recopié la cellule B2 en tirant d'abord vers le bas puis vers la droite, le résultat obtenu serait exactement le même.

Dans le tableau qui suit figurent les formules qui, entrées manuellement, permettent d'obtenir la table de multiplication souhaitée.

ullet	A	В	С	D
1		1	2	3
2	1	=A2*B1	=A2*C1	=A2*D1
3	2	=A3*B1	=A3*C1	=A3*D1
4	3	=A4*B1	=A4*C1	=A4*D1

Comparons maintenant le tableau obtenu par recopie au tableau correct : dans chaque cellule, certaines des coordonées (lettre ou nombre) sont correctes, d'autres sont fausses.

Pour obtenir une table de multiplication correcte, nous voulons que l'un des nombres du produit soit toujours dans la colonne A (mais la ligne varie) et l'autre toujours sur la ligne 1 (mais la colonne varie). Les concepteurs du tableur ont prévu ce besoin. On peut empêcher la ligne ou la colonne de varier en plaçant un signe « \$ » devant la lettre désignant la colonne, ou devant le nombre désignant la ligne, ou éventuellement devant les deux. Voici un procédé permettant de savoir où placer les « \$ » pour obtenir le résultat souhaité sans avoir à faire d'essais (rappelons qu'au concours, vous ne disposerez pas d'un ordinateur).

Écrivez sur une feuille de papier la formule de la cellule demandée (B2) ainsi que la formule située juste au-dessous et celle située juste à sa droite... ce qui devrait donner ceci :

## LES LOGICIELS DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE



Nous avons souligné les coordonnées (lettre ou nombre) qui ne varient ni en allant vers la droite, ni en allant vers le bas. Ce sont ces coordonnées qu'il faut « figer » en plaçant un signe « \$ » juste devant dans la formule qui sera recopiée.

Ainsi, la formule à écrire dans la cellule B2 puis à recopier est « = A2\*B\$1 ».

Remarques :

- Si on ne recopie que vers la droite, il suffira d'écrire au brouillon deux formules : celle de la cellule de départ et celle de droite. De même, si on ne recopie que vers le bas, la cellule de départ et celle située juste en dessous suffisent.
- La méthode que nous vous suggérons vous fera parfois écrire des « \$ » inutiles. Si on ne recopie une formule que vers la droite, le numéro de ligne ne risque pas de changer, il est donc inutile de placer un « \$ » devant le nombre. Les formules obtenues par la procédure indiquée ci-dessus sont donc parfois inutilement lourdes, mais elles sont toujours correctes et donc validées au concours.

## Les logiciels de géométrie dynamique

Contrairement au tableur, il est peu probable que vous soyez interrogé au concours à propos de ces logiciels. En revanche, ils peuvent vous être très utiles pour progresser en géométrie et en particulier en ce qui concerne les problèmes de construction.

Nous vous en conseillons deux :

GEOGEBRA est gratuit et facilement téléchargeable.

CABRI, l'ancêtre des logiciels de géométrie dynamique a selon nous une meilleure interface. Il est payant, mais en principe disponible pour les étudiants dans toutes les ÉSPÉ.

#### Principe de fonctionnement d'un logiciel de géométrie dynamique.

Les outils disponibles vous permettent de tracer des points, droites, polygones, cercles... et de les déplacer ensuite sur la feuille de travail. Pour bien comprendre ce qui distingue un logiciel de géométrie dynamique d'un logiciel de dessin, réalisez les quelques étapes suivantes que nous décrivons dans GEOGEBRA.

Créez deux points, A et B en sélectionnant le menu encadré puis en cliquant en deux points de la zone de dessin.



Tracez le cercle de centre A et passant par B à l'aide du menu encadré, en cliquant d'abord sur le point A puis sur le point B.



Choisissez maintenant l'outil de déplacement d'objets encadré, et déplacez A ou B. Vous constaterez que le cercle se déplace également. Le logiciel n'a pas mémorisé le dessin, il a retenu que le cercle a pour centre A et qu'il passe par B, c'est-à-dire les caractéristiques géométriques de la figure.



Cette propriété vous permet de travailler un problème de construction géométrique de la façon suivante :

- Cherchez le problème sur papier, comme si vous n'aviez pas le logiciel.
- Rédigez le programme de votre construction.
- Réaliser dans le logiciel la construction en suivant point par point votre programme.
- Déplacez les premiers points que vous avez placés pour votre construction, celle-ci restet-elle cohérente? Si le carré que vous êtes supposé obtenir ne reste pas carré quand vous déplacez les points d'origine, votre construction est fausse. Attention tout de même à ne pas jeter trop vite votre travail, il se peut que votre construction soit mathématiquement fausse,

## LES LOGICIELS DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

il se peut aussi que vous ayez seulement fait une erreur de manipulation. Vous pensez par exemple avoir tracé le cercle de centre O passant par P, mais vous avez cliqué légèrement à côté de P et le cercle passe par un autre point...

Prenons comme exemple la troisième construction d'une parallèle (erronée) proposée à la page 131. Si on réalise cette construction dans Geogebra, on obtient ceci (pour que le deuxième cercle ait le même rayon que le premier, on a utilisé l'outil « compas » encadré). Tout semble bien se passer, jusqu'à ce qu'on déplace le point A (figure de droite)...



On peut modifier cette construction pour qu'elle devienne correcte, par exemple en traçant des perpendiculaires à la droite donnée (l'outil pour tracer une perpendiculaire est le premier du quatrième menu déroulant).



En utilisant l'outil de tracé d'une perpendiculaire, on se place dans la même situation qu'en utilisant l'équerre dans un travail sur papier. Si l'équerre n'est pas autorisée, il faudra retrouver la construction classique d'une perpendiculaire à la règle et au compas, et tracer les cercles et les droites nécessaires.

L'apprentissage d'un logiciel de géométrie dynamique nécessite un peu de temps (si c'est une première fois, deux heures environ sont nécessaires pour acquérir un peu d'aisance) mais ce temps sera bien employé, il peut vous permettre de faire de réels progrès en géométrie.

N'oubliez tout de même pas que l'épreuve du concours est une épreuve papier, ne travaillez donc pas exclusivement sur logiciel, d'autant que les deux méthodes ne présentent pas tout à fait les mêmes caractéristiques.

Quand par exemple on trace un arc de cercle sur papier, on trace en général un cercle entier dans le logiciel. Cela a pour conséquence d'alourdir la figure (ce qui peut se régler, car on peut

cacher les objets que l'on souhaite sans les supprimer), mais aussi de mettre en évidence des points d'intersection avec d'autres objets (droite ou cercle) auxquels on n'aurait pas forcément songé dans la version papier.

## La calculatrice

Cette très brève partie ne vous apprendra rien du point de vue mathématique, elle ne contient que quelques conseils en vue du concours.

- L'épreuve peut éventuellement être sans calculatrice, il convient donc de s'entraîner tout au long de l'année à calculer à la main et mentalement... seule façon de progresser dans le domaine. Comme une épreuve avec calculatrice reste tout de même probable, un bon compromis consiste à effectuer vos exercices à la main puis à vérifier à l'aide de la calculatrice.
- Tous les modèles de calculatrices sont autorisés, y compris les modèles programmables dont la vaste mémoire peut contenir une grande quantité d'informations. Les informations stockées dans la mémoire de votre calculatrice sont autorisées alors que les mêmes informations sur un papier sorti de votre poche constituent une fraude. Cette situation est absurde, mais l'avantage apporté par ces machines sophistiquées est en grande partie illusoire. Apprendre à s'en servir, à stocker dans leur mémoire les informations utiles, à apprendre comment les retrouver, tout cela prend un temps important qui sera plus utilement consacré à mémoriser les mêmes informations.
- En matière de calculatrice, qui peut le plus ne peut pas forcément le moins. Ainsi, beaucoup de calculatrices programmables puissantes sont dépourvues d'une touche permettant d'effectuer directement une division euclidienne (division d'un entier par un entier avec reste).
- Le modèle le plus utile pour le concours est à notre avis une calculatrice « type collège » récente comme la Texas Instruments TI-Collège Plus ou la Casio fx92 Collège 2D+. Vous prendrez le temps de vous familiariser avec son fonctionnement aussi tôt que possible dans votre année de préparation, en particulier pour ce qui concerne les fonctions suivantes :
  - La division euclidienne. Vous devez disposer d'une touche permettant d'obtenir directement le quotient et le reste de la division de 2357 par 39.
  - Le calcul sur les fractions dans leur écriture standard, ainsi que leur simplification.
  - -- Décomposition d'un nombre entier en facteurs premiers.
  - Recherche du PGDC ou du PPMC de deux entiers.
  - La trigonométrie. Vérifiez que la machine utilise bien le degré comme unité d'angle en calculant tan45, qui vaut 1 s'il s'agit de 45 degrés.
  - Les mémoires. Sachez stocker en mémoire le résultat de calculs intermédiaires pour les réutiliser dans une étape ultérieure sans avoir à les rentrer à nouveau au clavier. Vous gagnerez ainsi en temps et également en précision, car la valeur gardée en mémoire par la machine est généralement plus précise que celle qui est affichée.
  - La résolution d'équations et de systèmes d'équations. Si vous devez résoudre des équations lors de l'épreuve, vous devrez indiquer les étapes intermédiaires, ce que la calculatrice ne peut pas faire. Elle peut cependant confirmer votre solution.
  - Les puissances. Comment calculer le cube de 1,54679703 sans entrer 3 fois le nombre au clavier ?
  - Le nombre PI... où le trouve-t-on sur le clavier ?

## EXERCICES

## Exercices

Nous ne fournissons pas de solution aux exercices de ce chapitre. Le but est d'obtenir à l'aide d'un tableur une feuille de calcul qui donne les résultats attendus.

D'autres exercices à propos du tableur, mais en version papier comme lors du concours, figurent dans le chapitre 17.

## Exercice 1

On possède 69  $\in$  sous la forme de 63 pièces. Il y a seulement des pièces de 2  $\in$  et des pièces de 50 centimes. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte?

La feuille ci-dessous a pour but de résoudre ce type de problème. Pour obtenir la solution, on prolonge la feuille vers le bas jusqu'à avoir une ligne où la somme totale (colonne E) est égale à celle de l'énoncé (cellule H1).

Réalisez cette feuille de calcul à l'aide d'un tableur.

Le contenu des cellules en gras est entré manuellement.

Toutes les autres cellules sont obtenues en écrivant des formules dans les cellules A4, B3, C3, D3 et E3 puis en les copiant en tirant vers le bas.

Bien entendu, votre feuille doit pouvoir résoudre sans que l'on ait à modifier les formules tous les problèmes du même type, comme : « On possède 650  $\in$  sous la forme de 40 billets. Il y a seulement des billets de 20  $\in$  et des billets de 10  $\in$ . Combien y a-t-il de billets de chaque sorte ? »

ullet	A	В	С	D	Е	F	G	Н
1	Valeur A :	2	Valeur B :	0,5	Nombre d'objets :	63	Somme totale :	69
2	Nombre d' objets A	Valeur total des objets A	Nombre d' objets B	Valeur total des objets B	Somme totale			
3	0	0	63	31,5	31,5			
4	1	2	62	31	33			
5	2	4	61	30,5	34,5			
6	3	6	60	30	36			
7	4	8	59	29,5	37,5			
8	5	10	58	29	39			
9	6	12	57	28,5	40,5			
10	7	14	56	28	42			
11	8	16	55	27,5	43,5			
12	9	18	54	27	45			
13	10	20	53	26,5	46,5			
14	11	22	52	26	48			
15	12	24	51	25,5	49,5			
16	13	26	50	25	51			
17	14	28	49	24,5	52,5			
18	15	30	48	24	54			
	10		47	005				

Exercice 2



ABCD est un rectangle tel que AB = 10 cm et AD = 8 cm.

F est le point de [BC] situé à 2 cm de B.

P est un point de [AB], la parallèle à (AD) passant par P coupe [DC] en E et [DF] en R.

On cherche la position de P qui permet d'obtenir l'aire maximale pour le triangle PRD. On utilise pour cela la feuille de calcul dont deux copies d'écran figurent ci-dessous.

Réalisez cette feuille de calcul à l'aide d'un tableur.

Indication : pour calculer l'aire du triangle RED, le plus simple est probablement de remarquer que c'est une réduction du triangle FCD et que le coefficient de la réduction est égal à  $\frac{AP}{10}$ .

Dans un premier temps, vous entrerez manuellement le contenu de toutes les cellules grisées, le reste du tableau sera rempli à l'aide de formules écrites dans les cellules B2, C2 et D2 puis recopié en tirant vers le bas.

Dans un deuxième temps, vous améliorerez votre feuille afin que les cellules allant de A3 à A11 se calculent automatiquement quand on modifie le contenu de A2 et de A12, comme le montre par exemple la copie d'écran de droite.

$\bigcirc$	A	В	С	D	) (
1	x	Aire du triangle PED	Aire du triangle RED	Aire du triangle PRD	
2	0	0	0	0	
3	1	4	0,3	3,7	
4	2	8	1,2	6,8	
5	3	12	2,7	9,3	
6	4	16	4,8	11,2	
7	5	20	7,5	12,5	
8	6	24	10,8	13,2	
9	7	28	14,7	13,3	
10	8	32	19,2	12,8	
11	9	36	24,3	11,7	
12	10	40	30	10	

x	Aire du triangle PED	Aire du triangle RED	Aire du triangle PRD
7	28	14,7	13,3
7,1	28,4	15,123	13,277
7,2	28,8	15,552	13,248
7,3	29,2	15,987	13,213
7,4	29,6	16,428	13,172
7,5	30	16,875	13,125
7,6	30,4	17,328	13,072
7,7	30,8	17,787	13,013
7,8	31,2	18,252	12,948
7,9	31,6	18,723	12,877
8	32	19,2	12,8